

УДК 681.3

О. П. Ротштейн, д. т. н., проф.; С. Д. Штовба, к. т. н., доц.;
О. М. Козачко, асп.

ГРАДІЄНТНА ОПТИМІЗАЦІЯ КРАТНОСТЕЙ ОПЕРАЦІЙ КОНТРОЛЮ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОЦЕСУ ПРИ ОБМЕЖЕНИХ РЕСУРСАХ З УРАХУВАННЯМ ДЕФЕКТІВ БАГАТЬОХ ТИПІВ

Запропоновано градієнтний алгоритм для оптимального вибору кратностей контролів в технологічних процесах при обмежених ресурсах на випадок багатьох типів дефектів. Встановлено, що запропонований алгоритм добре працює, коли допустимі ймовірності наявності дефектів різних типів приблизно однакові. Для задач, в яких ці ймовірності для різних типів дефектів відрізняються суттєво, запропонований алгоритм не завжди знаходить допустимий розв'язок для встановлених ресурсних обмежень.

Вступ

Одним із способів управління якістю продукції є використання операцій контролю (ОК) в технологічному процесі (ТП). Зі збільшенням ОК зменшується рівень продукції з дефектами на виході ТП, але й зростає вартість та трудомісткість процесу. Тому виникає задача оптимального розташування ОК, з яким забезпечуються необхідні або найкращі рівні бездефектності та витрат ресурсів (часових або вартісних).

Задачі розміщення ОК досліджуються в роботах [1–5]. В роботі [1, 2] розміщення ОК оптимізують за критерієм бездефектності, без урахування витрат на перевірку якості. В [3, 4] оптимізація проводиться за мінімумом середніх збитків виробництва, без урахування вимог до рівня бездефектності на виході ТП. Обидва показники — ймовірність бездефектності на виході процесу та витрати ресурсів враховуються в [5] при оптимізації ОК ТП. В монографії [5] задачі розташування ОК в ТП ставляться в двох постановках; за прямої постановки критерієм є ресурси, а обмеженням — рівень бездефектності на виході процесу, за зворотної постановки — навпаки, критерієм виступає бездефектність, а обмеженням — ресурси. Оптимізація ОК здійснюється градієнтним методом за аналогією з оптимальним резервуванням надійності за наявності обмежень [6].

В означених роботах під час оптимізації ОК дефекти враховуються за бінарним принципом: дефекти є або немає. Існує багато процесів, які можуть виконуватися з дефектами різних типів. При цьому для різних типів дефектів різняться ймовірності їх внесення, розпізнавання та усунення, так само як і витрати ресурсів на ці процедури. Тому для таких процесів некоректним буде застосування методів оптимального розташування ОК, які розроблені за бінарною концепцією дефектів. Моделі аналізу надійності ТП з дефектами багатьох типів наведені в [5]. Алгоритми вирішення однієї з задач оптимізації ОК для ТП з різними типами дефектів, а саме — розташування контрольних точок запропоновані в [7]. Іншою важливою задачею є оптимізація кратностей ОК в таких ТП. Алгоритм оптимізації для цієї задачі пропонується в даній статті. Передбачається, що ресурси на перевірку якості виконання технологічних операцій є обмеженими.

Постановка задачі оптимізації

Розглядається дискретний ТП, що складається з послідовного виконання n технологічних операцій A_1, A_2, \dots, A_n . Під час технологічних операцій, в предмет праці можуть бути внесені дефекти різних типів. Якість виконання кожної технологічної операції A_i перевіряється x_i раз ОК ω_i . У разі виявлення дефектів, внесених під час виконання операції A_i , предмет праці відправляється на доробку U_i . Задача оптимізації ТП полягає в визначенні таких кратностей ОК $x_i \in \{0, 1, 2, \dots\}$, $i = \overline{1, n}$, які б забезпечили максимальний рівень якості

на виході процесу з обмеженими ресурсами на ОК. Однією з інтерпретацій кратностей (x_1, x_1, \dots, x_n) ОК є кількість «квантів» часу, що відводяться на перевірку якості, тобто за ними можна визначити необхідну тривалість ОК $(\omega_1, \omega_1, \dots, \omega_n)$ [5].

Для математичної постановки задачі оптимізації введемо такі позначення: $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – вектор кратностей ОК, який ототожнюється з варіантом ТП; m – кількість різних типів дефектів; $p^1(\mathbf{X})$ – ймовірність відсутності будь-яких дефектів на виході ТП, який задано вектором \mathbf{X} ; $p_j^0(\mathbf{X})$ – ймовірність наявності дефекту j -го типу на виході ТП, який задано вектором \mathbf{X} , $j = \overline{1, m}$; q_j – максимально допустима ймовірність наявності дефекту j -го типу на виході ТП; $C(\mathbf{X})$ – ресурси (грошові або часові) на виконання ТП, який задано вектором \mathbf{X} ; C^* – максимально допустимі ресурси на виконання ТП.

Задача оптимізації кратності ОК ставиться так: знайти такий вектор керованих змінних \mathbf{X} , щоб

$$\left. \begin{aligned} p^1(X) &\rightarrow \max; \\ C(X) &\leq C^* \text{ та } p_j^0(X) \leq q_j, \quad j = \overline{1, m}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Цільова функція і обмеження задачі оптимізації

Цільова функція і обмеження задачі оптимізації (1) в матричній формі записуються так:

$$\mathbf{P}(\mathbf{X}) = \prod_{i=1, n} \mathbf{P}_{A_i}(x_i); \quad C(\mathbf{X}) = \sum_{i=1, n} c_{A_i}(x_i). \quad (2)$$

де $A_i(x_i) = A_i \left(\left(E \vee U_i \right)_{\omega_i}^{x_i} \right)$ – записана на мові алгоритмічних алгебр Глушкова [8] технологічна структура «робота A_i з x_i -кратним контролем ω_i і доробкою U_i » (E – тотожний

оператор); $\mathbf{P}_{A_i}(x_i) = \begin{pmatrix} p_{A_i}^1 & p_{A_i}^{0_1} & \dots & p_{A_i}^{0_m} \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$ – характеристики надійності структури $A_i(x_i)$;

$p_{A_i}^{0_j}$ – ймовірність наявності дефекту j -го типу; $p_{A_i}^1$ – ймовірність бездефектного виконання; $c_{A_i}(x_i)$ – ресурси, що витрачаються на виконання структури $A_i(x_i)$.

Показники надійності структури $A_i(x_i)$ розраховуються таким чином:

$$\mathbf{P}_{A_i}(x_i) = \mathbf{P}_{A_i} \cdot \left(\mathbf{K}_{\omega_i}^1 + \mathbf{K}_{\omega_i}^0 \cdot \mathbf{P}_{U_i} \right)^{x_i}, \quad (3)$$

де $\mathbf{K}_{\omega_i}^1 = \begin{pmatrix} k_{\omega_i}^{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{\omega_i}^{01_1} & \dots & 0 \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & k_{\omega_i}^{01_m} \end{pmatrix}$ і $\mathbf{K}_{\omega_i}^0 = \begin{pmatrix} k_{\omega_i}^{10} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{\omega_i}^{00_1} & \dots & 0 \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & k_{\omega_i}^{00_m} \end{pmatrix}$ – характеристики надійності

контролю ω_i ; $k_{\omega_i}^{11} \left(k_{\omega_i}^{10} \right)$ – ймовірність того, що відсутність дефектів ідентифіковано правильно (неправильно), причому $k_{\omega_i}^{11} + k_{\omega_i}^{10} = 1$; $k_{\omega_i}^{01_j} \left(k_{\omega_i}^{00_j} \right)$ – ймовірність невиявлення (ви-

(виявлення) дефектів j -го типу, причому $k_{\omega_i}^{01j} + k_{\omega_i}^{00j} = 1, \quad j = \overline{1, m}$;

$$P_{U_i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ v_{U_i}^{11} & v_{U_i}^{01} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{U_i}^{1m} & 0 & \dots & v_{U_i}^{0m} \end{pmatrix} - \text{характеристики надійності доробки } U_i; \quad v_{U_i}^{1j} \left(v_{U_i}^{0j} \right) - \text{ймовір-}$$

ність усунення (не усунення) дефекту j -го типу, причому $v_{U_i}^{1j} + v_{U_i}^{0j} = 1, \quad j = \overline{1, m}$.

Ресурси на виконання структури $A_i(x_i)$ розраховуються так:

$$c_{A_i}(x_i) = c_{A_i} + x_i c_{\omega_i} + c_{U_i} \sum_{j=1}^m \left(p_{A_i}^{0j} \left(1 - \left(k_{\omega_i}^{01j} \right)^{x_i} \right) \right), \quad (4)$$

де c_{A_i} , c_{ω_i} та c_{U_i} – ресурси на виконання робочої операції A_i , контролю ω_i і доробки U_i , відповідно.

Формули (3) та (4) отримані x_i -кратним застосуванням моделі надійності структури «робота – контроль – доробка», яка наведена в [5].

Градiєнтний алгоритм оптимізації кратностей ОК

В основу алгоритма оптимізації ТП покладено градієнт контролю [5]. Градієнт γ_i показує відносну ефективність у встановленні додаткового контролю після операції A_i . Для ТП з різними типами дефектів він розраховується так:

$$\gamma_i = \frac{\Delta P_i}{\Delta C_i} = \frac{P(\mathbf{X}, x_i + 1) - P(\mathbf{X}, x_i)}{C(\mathbf{X}, x_i + 1) - C(\mathbf{X}, x_i)}, \quad (5)$$

де чисельник відповідає приросту ймовірнісних характеристик з введенням додаткового контролю після робочої операції A_i , а знаменник – приросту ресурсів на виконання ТП.

Приріст ймовірнісних характеристик в (5) запишемо так:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{X}, x_i + 1) - P(\mathbf{X}, x_i) &= P_{A_i}(x_i + 1) \cdot \prod_{r=1, n, r \neq i} P_{A_r}(x_r) - P_{A_i}(x_i) \cdot \prod_{r=1, n, r \neq i} P_{A_r}(x_r) = \\ &= \left(P_{A_i} \cdot \left(K_{\omega_i}^1 + K_{\omega_i}^0 \cdot P_{U_i} \right)^{x_i+1} - P_{A_i} \cdot \left(K_{\omega_i}^1 + K_{\omega_i}^0 \cdot P_{U_i} \right)^{x_i} \right) \cdot \prod_{r=1, n, r \neq i} P_{A_r}(x_r) = \\ &= P_{A_i} \cdot \left(K_{\omega_i}^1 + K_{\omega_i}^0 \cdot P_{U_i} \right)^{x_i} \cdot \left(K_{\omega_i}^1 + K_{\omega_i}^0 \cdot P_{U_i} - I \right) \cdot P_{A_i}^{-1}(x_i) \cdot P(\mathbf{X}) = P_{A_i} \cdot B_i^{x_i} \cdot (B_i - I) \cdot P_{A_i}^{-1}(x_i) \cdot P(\mathbf{X}). \end{aligned}$$

Приріст ресурсів на виконання ТП в (5) запишемо так:

$$\begin{aligned} C(\mathbf{X}, x_i + 1) - C(\mathbf{X}, x_i) &= c_{A_i}(x_i + 1) + \sum_{r=1, n, r \neq i} c_{A_r}(x_r) - c_{A_i}(x_i) - \sum_{r=1, n, r \neq i} c_{A_r}(x_r) = \\ &= \left(c_{A_i} + (x_i + 1)c_{\omega_i} + c_{U_i} \sum_{j=1}^m \left(p_{A_i}^{0j} \left(1 - \left(k_{\omega_i}^{01j} \right)^{x_i+1} \right) \right) \right) - \left(c_{A_i} + x_i c_{\omega_i} + c_{U_i} \sum_{j=1}^m \left(p_{A_i}^{0j} \left(1 - \left(k_{\omega_i}^{01j} \right)^{x_i} \right) \right) \right) = \\ &= c_{\omega_i} + c_{U_i} \sum_{j=1, m} p_{A_i}^{0j} \cdot \left(k_{\omega_i}^{01j} \right)^{x_i} \cdot k_{\omega_i}^{00j}. \end{aligned}$$

Тоді градієнт контролю (5) запишемо у вигляді $\gamma_i = \tilde{\gamma}_i \cdot P(\mathbf{X})$, де

$$\gamma_i = \frac{P_{A_i} \cdot B_i^{x_i} \cdot (B_i - I) \cdot P_{A_i}^{-1}(x_i)}{c_{\omega_i} + c_{U_i} \sum_{j=1, m} \left(p_{A_i}^{0j} \cdot \left(k_{\omega_i}^{01j} \right)^{x_i} \cdot k_{\omega_i}^{00j} \right)} \cdot P(\mathbf{X}),$$

де $\mathbf{B}_i = \mathbf{K}_{\omega_i}^1 + \mathbf{K}_{\omega_i}^0 \cdot \mathbf{P}_{U_i}$; \mathbf{I} – одинична матриця. На розрахунки градієнтів за формулою (6) необхідно значно менше часу, ніж за формулою (5), тому що непотрібно для кожного нового варіанта ТП перераховувати показники $P(\mathbf{X}(x_i = x_i + 1))$ та $C(\mathbf{X}(x_i = x_i + 1))$.

Нижче пропонується алгоритм розв'язання задачі оптимізації (1). Алгоритм має дві ітеративні ділянки. На першій ділянці послідовно нарощуються кратності ОК з максимальними градієнтами. З перевищенням встановлених ресурсів C^* починається друга ітеративна ділянка, на якій алгоритм намагається повернути розв'язок задачі оптимізації в допустиму область.

Псевдокод градієнтного алгоритму

⟨Ініціалізувати початковий вектор ОК $\mathbf{X}^{<0>} = (x_1^{<0>}, x_2^{<0>}, \dots, x_n^{<0>})$ ⟩.

⟨Розрахувати $p_j^0(\mathbf{X}^{<0>})$, $j = \overline{1, m}$ та $C(\mathbf{X}^{<0>})$ за формулою (2), $N:=0$ ⟩.

While <Виконується умова $C(\mathbf{X}^{<N>}) \leq C^*$ >

For $i = 1 \dots n$ % для всіх робочих операцій

⟨Обчислити градієнти ОК $\gamma_i^{<N>}$ за формулою (6)⟩.

End

⟨Визначити контроль з максимальним градієнтом $l = \arg \max_i \gamma_i^{<N>}$ ⟩.

⟨Встановити $N := N + 1$, $x_l^{<N>} := x_l^{<N-1>} + 1$ ⟩.

⟨Обчислити $p_j^0(\mathbf{X}^{<N>})$, $j = \overline{1, m}$ та $C(\mathbf{X}^{<N>})$ ⟩.

End

If <Розв'язок \mathbf{X} не задовольняє умови $p_j^0(\mathbf{X}^{<N>}) \leq q_j$, $j = \overline{1, m}$ >

⟨Задача немає розв'язків⟩.

Else

⟨Зробити відкат на 1 крок назад: $\mathbf{X}^{<N>} := \mathbf{X}^{<N-1>}$ ⟩.

End

⟨Ініціалізувати множини додаткових ОК $L := \emptyset$ ⟩.

While <Виконується умова $C(\mathbf{X}^{<N>}) \leq C^*$ >

For $i=1 \dots n$ % для всіх робочих операцій

⟨Встановити $x_i^{<N>} := x_i^{<N-1>} + 1$ та розрахувати $C(\mathbf{X}^{<N>})$ і $p_j^0(\mathbf{X}^{<N>})$, $j = \overline{1, m}$ ⟩.

If <Виконуються умови $C(\mathbf{X}^{<N>}) \leq C^*$ і $p_j^0(\mathbf{X}^{<N>}) \leq q_j$, $j = \overline{1, m}$ >

⟨Розрахувати $p_i^1(\mathbf{X}^{<N>})$ і присвоїти $L := \{L, i\}$ ⟩.

End

End

⟨Встановити $\mathbf{X}^{<N>} := \mathbf{X}^{<N-1>}$ ⟩.

If <Виконується умова $L = \emptyset$ >

Break % Вихід з циклу While

Else

⟨Визначити номер ОК $k = \arg \max_{i \in L} p_i^1(\mathbf{X}^{<N>})$ ⟩.

⟨Встановити $x_k^{<N>} = x_k^{<N-1>} + 1$, $N:=N+1$ та обчислити $C(\mathbf{X}^{<N>})$ ⟩.

End

End

В наведеному алгоритмі порівняння векторів градієнтів $\gamma_i^{<N>}$ ($i = \overline{1, n}$) відбувається за першим елементом, що відповідає відношенню приросту бездефектності до приросту вартості.

Комп'ютерні експерименти

Гradientний алгоритм оптимізації було протестовано на двох множинах задач: В_4_1 та В_4_2. Умови задач доступні за адресою www.ksu.vstu.vinnica.ua/shtovba/benchmark. В кожній множині задач розглядаються ТП з чотирма різними типами дефектів ($m = 4$) з кількістю робочих операцій $n = 20, 40, 60, 80, 100, 120$. Для задач В_4_1 існує один важливий тип дефекту, допустима ймовірність виникнення якого на виході ТП є дуже малою. Для задач В_4_2 всі типи дефектів мають приблизно однакову важливість. Результати оптимального вибору кратностей контролів (ВКК) зведені в таблицю. Жирним шрифтом в таблиці виділені розв'язки, які не задовольняють обмеження задачі (1). Для порівняння результатів для тестових задач проведено оптимальну розстановку контрольних точок (РКТ). Видно, що можливість використання багатократних ОК дозволяє з тими самими ресурсами синтезувати ТП з кращими показниками надійності.

Ймовірності $p^1(\mathbf{X})$

Кількість операцій (n)	Тестові задачі В_4_1		Тестові задачі В_4_2	
	ВКК	РКТ	ВКК	РКТ
20	0,9652	0,9626	0,9539	0,9530
40	0,9423	0,9389	0,9225	0,9223
60	0,9254	0,9304	0,9037	0,9028
80	0,8689	0,8672	0,8642	0,8631
100	0,8524	0,8494	0,8363	0,8346
120	0,8479	0,8429	0,8080	0,8068

На рис. 1 та рис. 2 показано як знайдені розв'язки задовольняють обмеження задачі оптимізації (1). На цих рисунках осям ординат відповідає такий відносний показник:

$$\text{для } C(\mathbf{X}): \psi(\mathbf{X}) = \frac{C^* - C(\mathbf{X})}{C^*} \cdot 100\%;$$

$$\text{для } p_j^0(\mathbf{X}): \psi_j(\mathbf{X}) = \frac{q_j - p_j^0(\mathbf{X})}{q_j} \cdot 100\%, \quad j = \overline{1, m}.$$

Від'ємне значення $\psi(\mathbf{X})$ свідчить, що розв'язок \mathbf{X} задовольняє не всі обмеження. Розв'язки, що не задовольняють обмеження знайдені для тестових задач В_4_1.

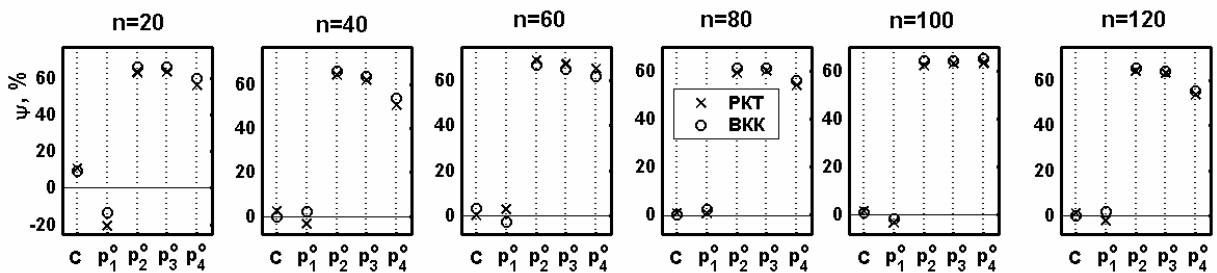


Рис. 1 Для задачі В_4_1

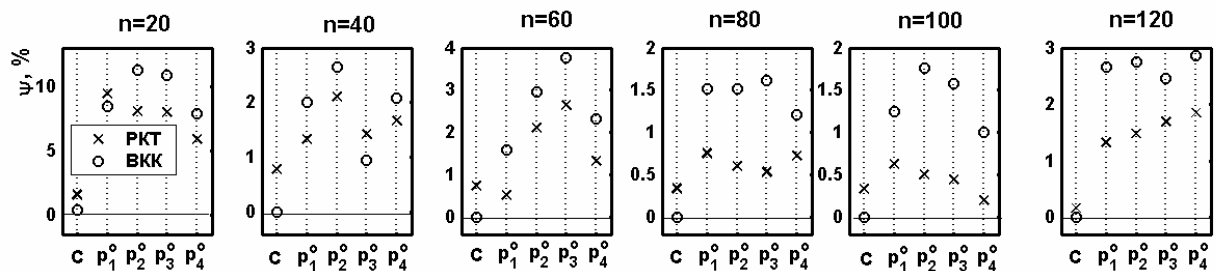


Рис. 2 Для задачі В_4_2

Висновки та майбутні дослідження

Запропоновано алгоритм оптимізації кратностей ОК для ТП з багатьма типами дефектів з урахуванням обмежених ресурсів на перевірку якості виконання технологічних операцій. Цей алгоритм є модифікацією градієнтного методу розстановки контрольних точок для ТП з дефектами багатьох типів [7] на випадок можливості встановлення кратних ОК. Запропонований алгоритм може також розглядатися як узагальнення на випадок дефектів багатьох типів градієнтного методу вибору кратностей ОК при бінарній концепції врахування дефектів [5].

Комп'ютерні експерименти свідчать, що перехід від задачі розстановки контрольних точок до задачі вибору кратностей ОК дозволяє при тих самих ресурсах синтезувати ТП з кращими показниками надійності. Встановлено, що запропонований алгоритм добре працює, коли допустимі ймовірності наявності дефектів різних типів приблизно однакові. Для задач, в яких ці ймовірності для різних типів дефектів відрізняються суттєво, запропонований алгоритм не завжди знаходить допустимий розв'язок за встановлених ресурсних обмежень. Перспективним напрямком подальших досліджень є розробка генетичних алгоритмів оптимізації кратностей контролів, які б знаходили оптимальний розв'язок задачі (1) з будь-якими початковими даними.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Меткин М. П., Ястребов А. С. Опыт повышения эффективности производства и качества выпускаемых изделий на основе оптимального размещения операций контроля в многооперационных технологических процессах // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ТП и О. — 1982. — Вып. 2. — С. 62—65.
2. Артемьев А. И., Меткин М. П., Ястребов А. С. Расчет организационной структуры процесса контроля радиомеханических устройств с взаимосвязанными параметрами // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ТП и О. — 1981. — Вып. 2. — С. 79—86.
3. Вострецов А. Г., Кушнир В. И. Расстановка контроля в технологических процессах изготовления РЭА // Изв. вузов — Радиоэлектроника. — 1987. — Т. 30. — № 9. — С. 38—42.
4. Лопухин В. А., Шафранский В. С. Автоматизация и оптимизация контроля в производстве радиодеталей. — Л.: Энергия, 1980. — 160 с.
5. Ротштейн А. П., Кузнецов П. Д. Проектирование бездефектных человеко-машинных технологий. — К.: Техніка, 1992. — 180 с.
6. Ушаков И. А. Методы решения простейших задач надежности при наличии ограничений. — М.: Сов. радио, 1969. — 162 с.
7. Ротштейн О. П., Штовба С. Д., Дубіненко С. Б., Козачко О. М. Евристична оптимізація розстановки контрольних точок в технологічних процесах при багатовимірному просторі типів дефектів // Вісник ВПІ. — 2004. — № 1. — С. 54—62.
8. Глушков В. М., Цейтлин Г. Е., Ющенко Е. Л. Алгебра. Языки. Программирование. — Киев: Наука, 1982. — 270 с.

Рекомендована кафедрою комп'ютерних систем управління

Надійшла до редакції 12.10.04
Рекомендована до друку 27.01.05

Ротштейн Олександр Петрович — професор кафедри інформаційного менеджменту;
Штовба Сергій Дмитрович — докторант, **Козачко Олексій Миколайович** — аспірант.

Кафедра комп'ютерних систем управління, Вінницький національний технічний університет