ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ НЕЧЕТКИХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

А.П. Ротштейн, С.Д. Штовба

1.Введение

Процессы функционирования многих систем с дискретным поведением можно рассмат-ривать с единых позиций, если их объединить в класс так называемых *алгоритмических процессов* (АП). Типичными представителям АП есть процессы преобразования информации в компьютерных системах, процессы выполнения научно-исследовательских и конструкторских работ, технологические процессы производства продукции, учебные процессы и т.д. Каждый из этих процессов представляет собой развернутую во временном пространстве последовательность операций (действий, работ), выполнение которых приводит к достижению цели, т.е. к получению выходного продукта: информации, документации, знаний и др.

При проектировании конкретного АП возникает необходимость количественной оценки таких показателей надежности как:

$P_{АП}$ - вероятность правильного выполнения АП, которая может быть интерпретирована как достоверность информации, бездефектность продукции, надежность функционирования системы и др.

$T_{АП}$ - затраты (времени или других ресурсов) на выполнении АП, которые могут использоваться для оценки продуктивности системы или своевременности достижения цели.

Взаимосвязь показателей $P_{АП}$ и $T_{АП}$ обусловлена наличием в АП контрольно-доработочных процедур, которые повышают вероятность правильного выполнения процесса, но требуют дополнительных затрат.

Модели оценки показателей $P_{АП}$ и $T_{АП}$ получили наибольшее развитие в рамках теории надежности и качества функционирования человеко-машинных систем [1-3]. В этих работах моделирование осуществляется на основе теории полумарковских процессов [4], состояния которых соответствуют операторам и логическим условиям оцениваемого алгоритма.

Успешное использование теории надежности АП (как, впрочем, и классической теории надежности [5]) предусматривает возможность построения баз данных о надежностных характеристиках элементарных операций, образующих процесс. А где брать исходные данные о новых операциях, для которых нет достаточной статистики и опыта эксплуатации в реальных условиях? Вероятностная теория надежности предлагает проводить эксперименты, которые к сожалению очень дорогие и не всегда возможны. Но, даже, если такие эксперименты удается провести, то результаты получаются при одних условиях, а система работает при совсем других условиях. Трудно себе представить базу данных о надежности операций (или элементов системы) с учетом всех возможных условий их эксплуатации. Таким образом, в строгие и достаточно сложные модели вероятностной теории надежности подставляют "не очень корректные" исходные данные.

С другой стороны разработчики сложных систем достаточно часто принимают решения на основе экспертной информации типа: "*вероятность правильного выполнения операции нахо-диться в диапазоне 0.9-0.99*", или "*если техника обслуживается правильно и условия ее эксплуата-ции хорошие, то надежность высокая*", или "*если человек устал, то количество ошибок при выполнении операций увеличивается приблизительно вдвое*" и т.д., т.е. на базе высказываний на естественном языке.

Вероятностная теория надежности [1-3] не приспособлена к использованию исходных дан-ных представленных в виде высказываний экспертов на естественном языке. Поэтому возникает интерес к построению так называемой "нечеткой теории надежности" [6], которая бы кроме вероятностного аппарата использовала бы результаты теории нечетких множеств [7], хорошо приспособленных к работе с лингвистической экспертной информацией.

В данной статье предлагается подход который позволяет:

- обобщить вероятностные модели надежности АП на случай нечетких исходных данных;
- учитывать зависимость данных от влияющих факторов с помощью нечеткого логического вывода.

2. Язык моделирования алгоритмических процессов

Для формального описания АП воспользуемся языком алгоритмических алгебр Глушкова [8]. В этом языке операторы алгоритма принято обозначать прописными буквами латинского алфавита (A,B,C...), а логические условия - строчными буквами греческого алфавита ($\alpha,\beta,\gamma,\ldots$) с индексами или без них. Согласно теореме о регуляризации [8], любой алгоритм может быть представлен суперпозицией следующих операторных структур:

$B = A_1 A_2$ - линейная структура, состоящая в последовательном выполнении операторов A_1 и A_2 в порядке их записи;

$C = \underset{\alpha}{(A_1 \vee A_2)}$ - α-дизьюнкция, представляющая собой выполнение оператора A_1 когда условие α есть истиной (α=1), и выполнение оператора A_2 когда условие α есть ложь (α=0);

$D = \underset{\alpha}{\{A\}}$ - α-итерация, представляющая собой циклическое выполнение оператора A до тех пор, пока условие α не станет истиной.

Пример 1. Алгоритм функционирования информационно-справочной системы, которая используется для продажи билетов, может быть записан следующей формулой:

$$Y = \underset{\omega_1}{\{A_1\}} \underset{\omega_4}{\{ \underset{\omega_3}{\{ A_2 \underset{\omega_2}{(E \vee A_3)} A_4 \}} A_5 A_6 \}} A_7$$

где A_1- передача клиентом запроса и принятие его человеком-оператором; ω_1- проверка корректности запроса; A_2- набор запроса на клавиатуре; ω_2 - визуальный контроль правильности набора; E - регистрация результатов контроля; A_3 - коррекция ошибок; A_4- передача запроса в центральный компьютер; ω_3 - программный контроль соответствия запроса установленной фор-ме; A_5- принятие решения центральным компьютером; A_6- передача решения центрального ком-пьютера на экран; ω_4 - проверка решения оператором; A_7-печать билета и передача его заказчику.

Каждый оператор A в формуле (1) может быть представлен алгоритмом на более низком уровне детализации.

3. Вероятностные модели надежности алгоритмов

Будем считать, что при выполнении любого оператора A и логического условия ω возможны следующие события:

$A^1(A^0)$ - правильное (неправильное) выполнение оператора A;

$\omega^1(\omega^0)$ - условие ω есть априори истинным (ложным);

$\omega^{11}(\omega^{10})$ - априори истинное условие ω при проверке оказывается действительно истинным (ложным);

$\omega^{00}(\omega^{01})$ - априори ложное условие ω при проверке признано действительно ложным (истинным)

Введенные события считаются попарно несовместными.

Вероятность (Prob) введенных событий будем обозначать так:

$$P_A^1\left(P_A^0\right) = \text{Prob } A^1\left(\text{ Prob } A^0\right) \quad ; \quad P_\omega\left(\overline{P}_\omega\right) = \text{Prob } \omega^1\left(\text{ Prob } \omega^0\right) \quad ;$$

$$k_\omega^{11}\left(k_\omega^{10}\right) = \text{Prob } \omega^{11}\left(\text{ Prob } \omega^{10}\right) \quad ; \quad k_\omega^{00}\left(k_\omega^{01}\right) = \text{Prob } \omega^{00}\left(\text{ Prob } \omega^{01}\right) \quad .$$

Из несовместности событий следует, что

$$P_A^1 + P_A^0 = P_\omega + \overline{P}_\omega = k_\omega^{11} + k_\omega^{10} = k_\omega^{00} + k_\omega^{01} = 1$$

Заметим, что k_ω^{10} и k_ω^{01} - это вероятности ошибок первого и второго рода при проверке условия ω.

Затраты времени (или других ресурсов) на выполнение оператора A и логического условия ω будем обозначать T_A и T_ω , соответственно.

Логику безошибочного выполнения операторных структур $B = A_1 A_2$, $C = \underset{\omega}{(} A_1 \vee A_2)$, $D = \{A\}_\omega$ определим такими функциями:

$$B^1 = A_1^1 \wedge A_2^1;$$

$$C^1 = \left(\omega^1 \wedge \omega^{11} \wedge A_1^1\right) \vee \left(\omega^0 \wedge \omega^{00} \wedge A_2^1\right);$$

$$D^1 = a \vee \left(b \wedge a\right) \vee \left(b \wedge b \wedge a\right) \vee \left(b \wedge b \wedge b \wedge a\right)\ldots \quad ,$$

где $a = A^1 \wedge \omega^{11}$; $b = \left(A^1 \wedge \omega^{10}\right) \vee \left(A^0 \wedge \omega^{00}\right)$.

Переходя от этих логических функций к их вероятностно-затратным аналогам, получаем правила оценки надежности выполнения алгоритмов:

$$B = A_1 A_2 \quad \Rightarrow \quad P_B^1 = P_{A_1}^1 \cdot P_{A_2}^1 \quad , \quad T_B = T_{A_1} + T_{A_2}\,; \tag{2}$$

$$\underset{\omega}{C} = (A_1 \vee A_2) \Rightarrow \begin{cases} P_C^1 = P_\omega\, k_\omega^{11} P_{A_1}^1 + \overline{P_\omega}\, k_\omega^{00} P_{A_2}^1 \\ T_c = T_\omega + \left(P_\omega\, k_\omega^{11} + \overline{P_\omega}\, k_\omega^{01}\right) T_{A_1} + \left(P_\omega\, k_\omega^{10} + \overline{P_\omega}\, k_\omega^{00}\right) T_{A2} \end{cases}; \tag{3}$$

$$D = \underset{\omega}{\{A\}} \quad \Rightarrow \begin{cases} P_D^1 = \dfrac{P_A^1\, k_\omega^{11}}{1 - \left(P_A^1\, k_\omega^{10} + P_A^0\, k_\omega^{00}\right)} \\ T_D = \dfrac{T_A + T_\omega}{1 - \left(P_A^1\, k_\omega^{10} + P_A^0\, k_\omega^{00}\right)} \end{cases} \tag{4}$$

Применение этих правил позволяет заменить оцениваемый алгоритм единственным оператором с эквивалентными характеристиками затрат и вероятности правильного выполнения.

4. Представления неопределенных исходных данных в виде нечетких множеств

Пусть q- неопределенный параметр, который соответствует вероятности безошибочного выполнения или затратам на выполнение оператора А или логического условия ω.

Неопределенный параметр q будем рассматривать как лингвистическую переменную [7], уровни которых формализуются с помощью нечетких множеств с выпуклыми функциями принадлежностей, задаными на универсальном множестве $U = \left[\underline{q}, \overline{q}\right]$, где $\underline{q}\left(\overline{q}\right)$, - наименьшее (наибольшее) возможное значение параметра q. В этом случае неопределнный параметр q отождествляется с нечетким числом $\tilde{q}$.

<u>Определение 1</u>. *l - формой* неопределенного параметра q будем называть тройку

$$\tilde{q} = \left\langle \underline{q},\ \overline{q},\ l \right\rangle \quad , \tag{5}$$

где l- лингвистическая оценка параметра q в диапазоне $U = \left[\underline{q}, \overline{q}\right]$ выбираемая из терм-множества $L = \left\{l_1, l_2, \ldots, l_m\right\}$, такого что:

$$l_j = \int_U \mu_{l_j}(q)/q \,,$$

где $\mu_{l_j}(q)$- функция принадлежности значения $q \in \left[\underline{q}, \overline{q}\right]$ терму $l_j \in L$, $j = \overline{1,m}$.

<u>Определение 2</u>. α *-формой* неопределенного параметра q будем называть объединения пар

$$\tilde{q} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \left(\underline{q}_\alpha, \overline{q}_\alpha\right) \tag{6}$$

где $\underline{q}_\alpha\left(\overline{q}_\alpha\right)$- наименьшее (наибольшее) возможное значение q на α - уровне функции принадлежности, т.е.

$$\mu\left(\underline{q}_a\right) = \mu\left(\overline{q}_\alpha\right) = \alpha\,,\ \mu\left(\underline{q}\right) = \mu\left(\overline{q}\right) = 0 \ .$$

<u>Утверждение 1</u>. Если заданы функции принадлежности $\mu_{l_j}(q)$ термов $l_1, l_2, \ldots, l_m$, то l -форма (5) преобразуется к α -форме (6).

Справедливость этого утверждения следует из определения α-уровневого представления нечетких множеств, которое введено в работе [7].

<u>Пример 2</u>. Пусть для лингвистической оценки используется терм-множество L ={низкий (Н), ниже среднего (НС), средний (С), выше среднего (ВС), высокий (В)} с введенными в [6] кусоч-но-линейными функциями принадлежностей (см. рис.1). Тогда имеют место такие правила преобразования:

$$\left\langle \underline{q}, \overline{q}, \text{í èçê èé} \right\rangle = \left(\underline{q}, \overline{q}\right)_0 \cup \left(\underline{q}, \underline{q} + \Delta\right)_{0.5} \cup \left(\underline{q}, \underline{q}\right)_1;$$

$$\left\langle \underline{q}, \overline{q}, \text{ниже среднего} \right\rangle = \left(\underline{q}, \overline{q}\right)_0 \cup \left(\underline{q}, \underline{q} + 2\Delta\right)_{0.5} \cup \left(\underline{q} + \Delta, \underline{q} + \Delta\right)_1;$$

$$\left\langle \underline{q}, \overline{q}, \text{средний} \right\rangle = \left(\underline{q}, \overline{q}\right)_0 \cup \left(\underline{q} + \Delta, \overline{q} - \Delta\right)_{0.5} \cup \left(\underline{q} + 2\Delta, \underline{q} + 2\Delta\right)_1;$$

$\left\langle \underline{q}, \overline{q}, \text{ выше ереднего} \right\rangle = \left(\underline{q}, \overline{q}\right)_0 \cup \left(\underline{q} + 2\Delta, \overline{q}\right)_{0.5} \cup \left(\overline{q} - \Delta, \overline{q} - \Delta\right)_1;$

$\left\langle \underline{q}, \overline{q}, \quad \text{высокий} \right\rangle = \left(\underline{q}, \overline{q}\right)_0 \cup \left(\overline{q} - \Delta, \overline{q}\right)_{0.5} \cup \left(\overline{q}, \overline{q}\right)_1,$

где $\Delta = \dfrac{\overline{q} - \underline{q}}{4}$.

<u>Определение 3</u>. *l(x)-формой* неопределенного параметра q будем называть тройку

$$\tilde{q} = \left\langle \underline{q},\ \overline{q},\ l(x) \right\rangle, \tag{7}$$

в которой *l(x)*- экспертная база знаний в виде систем нечетких логических высказываний:

ЕСЛИ $\left(x_1 = a_1^{j1}\right)$ И $\left(x_2 = a_2^{j1}\right)$ . . . И $\left(x_n = a_n^{j1}\right)$ ИЛИ

. . .

$$\left(x_1 = a_1^{jk_j}\right) \text{ И } \left(x_2 = a_2^{jk_j}\right) \ldots \text{ И } \left(x_n = a_n^{jk_j}\right), \tag{8}$$

ТО $\quad l = l_j$,

где $a_i^{jp} = \int\limits_{U_i} \mu^{jp}(x_i) / x_i, \quad i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,m},\ p = \overline{1,k_j},$

которые связывают уровень l параметра $q \in \left[\underline{q}, \overline{q}\right]$ с вектором $\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right)$ влияющих факторов, где k_j - число дизъюнкций (ИЛИ) в *j*-м логическом высказывании;

$\mu^{jp}(x_i)$- функция принадлежности переменной $x_i \in U_i$ нечеткому терму a_i^{jp}, который оценивает фактор x_i в дизъюнкции с номером jp , $i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,m}, \quad p = \overline{1,k_j}$.

Приведенная выше *l(x)*- форма (6) преобразуется в l -форму (5) на основе такого утверждения.

<u>Утверждение 2</u>. Фиксированному вектору $\left(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*\right)$ факторов, влияющих на параметр $q \in \left[\underline{q}, \overline{q}\right]$ соответствует такой уровень $l^* \in L$ этого параметра для которого

$$\mu_{l^{**}}\left(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*\right) = \max_{j=\overline{1,m}} \left[\mu_{l_j}\left(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*\right)\right], \tag{9}$$

$$\mu_{l_j}\left(x_1^*,x_2^*,\ldots,x_n^*\right)=\bigvee_{p=1}^{k_j}\ \bigwedge_{i=1}^{n}\left\{\sup_{x_i\in U_i}\left[\mu^{jp}\left(x_i\right)\wedge\mu^{jp}\left(x_i^*\right)\right]\right\} \qquad (10)$$

Справедливость этого утверждения следует из введенного в теории нечетких множеств [7] понятия функции принадлежности, которое обобщается в соотношении (9) и (10) на n-мерный случай с помощью нечетких логических операций $\wedge$ (min) и $\vee$ (max).

Пример 3. Рассмотрим оператор A_2 в алгоритме (1). Пусть вероятность $P_{A_2}^1$ безошибоч-ного выполнения оператора A_2 находиться в диапазоне [0.95, 0.99] и зависит от таких факторов: x_1 - квалификация человека-оператора; x_2 - напряженность работы; x_3 -уровень утомленности. Экспертная база знаний имеет вид:

ЕСЛИ (x_1 = В) И (x_2 = Н) И (x_3 = Н), ТО $P_{A_2}^1$ = В,

ЕСЛИ (x_1 = С) И (x_2 = вС) И (x_3 = нС), ТО $P_{A_2}^1$ = С,

ЕСЛИ (x_1 = Н) И (x_2 = В) И (x_3 = В), ТО $P_{A_2}^1$ = Н,

где нечеткие термы имеют функции принадлежности, изображеные на рис.1.

Пусть текущей ситуации отвечают такие уровни влияющих факторов: $x_1^*=$ вС, $x_2^*=$ нС, $x_3^*=$ Н.

Поставим вопрос: каким будет уровень вероятности $P_{A_2}^1$?

По формуле (10) находим:

$$\mu_{\text{Â}}\left(x_1^*,x_2^*,x_3^*\right)=\sup_{x_1}\left[\mu_{\text{Â}}\left(x_1\right)\wedge\mu_{\text{âÑ}}\left(x_1\right)\right]\wedge\sup_{x_2}\left[\mu_{\text{Í}}\left(x_2\right)\wedge\mu_{\text{í Ñ}}\left(x_2\right)\right]\wedge\sup_{x_3}\left[\mu_{\text{Í}}\left(x_3\right)\wedge\mu_{\text{Í}}\left(x_3\right)\right]=$$
$$=0.75\wedge0.75\wedge1=0.75$$

$$\mu_{\text{Ñ}}\left(x_1^*,x_2^*,x_3^*\right)=\sup_{x_1}\left[\mu_{\text{Ñ}}\left(x_1\right)\wedge\mu_{\text{âÑ}}\left(x_1\right)\right]\wedge\sup_{x_2}\left[\mu_{\text{âÑ}}\left(x_2\right)\wedge\mu_{\text{í Ñ}}\left(x_2\right)\right]\wedge\sup_{x_3}\left[\mu_{\text{í Ñ}}\left(x_3\right)\wedge\mu_{\text{Í}}\left(x_3\right)\right]=$$
$$=0.75\wedge0.5\wedge0.75=0.75$$

$$\mu_{\text{Í}}\left(x_1^*,x_2^*,x_3^*\right)=\sup_{x_1}\left[\mu_{\text{Í}}\left(x_1\right)\wedge\mu_{\text{âÑ}}\left(x_1\right)\right]\wedge\sup_{x_2}\left[\mu_{\text{Â}}\left(x_2\right)\wedge\mu_{\text{í Ñ}}\left(x_2\right)\right]\wedge\sup_{x_3}\left[\mu_{\text{Â}}\left(x_3\right)\wedge\mu_{\text{Í}}\left(x_3\right)\right]=$$
$$=0.43\wedge0.43\wedge0.33=0.33$$

Поскольку наибольшую принадлежность имеет терм В, то неопределенная вероятность $P_{A_2}^1$ записывается l - формой (11) и α - формой(12):

$$\tilde{P}_{A_2}^1=\left\langle\ 0.95,\ 0.99,\ \text{âû ñî ê èé}\right\rangle, \qquad (11)$$

$$\tilde{P}_{A_2}^1 = \left(0.95, 0.99\right)_0 \cup \left(0.95, 0.96\right)_{0.5} \cup \left(0.96, 0.96\right)_1 \quad . \tag{12}$$

5. Принцип обобщения моделей надежности на нечеткий случай

Определение 4. (*Принцип обобщения* [9]). Если $y = f\left(q_1, q_2, \ldots, q_n\right)$ - функция от *n* независимых переменных и аргументы $q_1, q_2, \ldots, q_n$ - заданы нечеткими числами $\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \ldots, \tilde{q}_n$, соответственно, то значением функции $\tilde{y} = f\left(\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \ldots, \tilde{q}_n\right)$ назовем нечеткое число $\tilde{y}$:

$$\mu_{\tilde{y}}\left(y^*\right) = \sup_{\substack{y^* = f\left(q_1^*, q_2^*, \ldots, q_n^*\right) \\ q_i^* \in S_{q_i}}} \min_{i = \overline{1, n}} \left(\mu_{\tilde{q}_i}\left(q_i^*\right)\right), \tag{13}$$

где S_{q_i} - носитель нечеткого числа $\tilde{q}_i$.

Применение этого принципа обобщения сопряжено с большим объемом вычислительных процедур. Поэтому для представления нечетких чисел в α-форме (6) предлагается использовать модифицированный принцип обобщения.

Определение 5. Если задана функция от *n* независимых переменных $y = f\left(q_1, q_2, \ldots, q_n\right)$ и аргументы q_i - суть нечеткие числа $\tilde{q}_i$, заданные α-формой (6) ($i = \overline{1, n}$), то значением функции $\tilde{y} = f\left(\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \ldots, \tilde{q}_n\right)$-является нечеткое число $\tilde{y}$, представленное в α-форме:

$$\tilde{y} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \left(\underline{y}_\alpha, \overline{y}_\alpha\right),$$

где $\underline{y}_\alpha = \inf\left(f\left(q_{1_\alpha}, q_{2_\alpha}, \ldots, q_{n_\alpha}\right)\right); \overline{y}_\alpha = \sup\left(f\left(q_{1_\alpha}, q_{2_\alpha}, \ldots, q_{n_\alpha}\right)\right); q_{i_\alpha} = \left[\underline{q}_{i_\alpha}, \overline{q}_{i_\alpha}\right], i = \overline{1, n}$.

Утверждение 3. Если нечеткие числа заданы в α-форме, то результаты обобщения моделей по определению 4 и определению 5 совпадают.

Доказательство. В результате применения формулы (13) получаем:

$$\tilde{y} = \sum_{b=1}^{z} \mu_{\tilde{y}}\left(y_b\right)/y_b.$$

С учетом выпуклости функций принадлежности α -форма нечеткого числа $\tilde{y}$ запишется как:

$$\tilde{y} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \left(\underline{y}_{\alpha}, \overline{y}_{\alpha}\right),$$

где $\underline{y}_{\alpha} = \min\limits_{\forall y_b : \mu_{\tilde{y}}(y_b) = \alpha} \left(y_b\right)$; $\overline{y}_{\alpha} = \max\limits_{\forall y_b : \mu_{\tilde{y}}(y_b) = \alpha} \left(y_b\right)$; $b = \overline{1,z}$.

Для доказательства справедливости утверждения достаточно показать, что все y_b, для которых $\mu_{\tilde{y}}\left(y_b\right) = \alpha$ ($b = \overline{1,z}$) определяются аргументами $q_i \in \left[\underline{q}_{i_\alpha}, \overline{q}_{i_\alpha}\right]$ $\left(i = \overline{1,n}\right)$. Иными словами, использование аргументов на других α -уровнях не добавляет новых значений $y = y^*$ со степенью принадлежности $\mu_{\tilde{y}}\left(y^*\right) = \alpha$. Действительно, в силу выпуклости функций принадлежности

$$\forall \alpha_1, \alpha_2 : \alpha_1 > \alpha_2 \Rightarrow \left[\underline{q}_{i_{\alpha 1}}, \overline{q}_{i_{\alpha 1}}\right] \subset \left[\underline{q}_{i_{\alpha 2}}, \overline{q}_{i_{\alpha 2}}\right].$$

Отсюда следует, что новые значения y^* можно получить, взяв значения аргументов q_i^* на более низких α -уровнях $\left(\mu_{\tilde{q}_i}\left(\mu_i^*\right) < \alpha\right)$. Однако, из формулы (13) следует, что $\min\limits_{i=\overline{1,n}} \left(\mu_{\tilde{q}_i}\left(q_i^*\right) < \alpha\right)$. Это обуславливает справедливость утверждения 3.

Модифицированный принцип обобщения, соответствующий определению 4, позволяет легко получить нечеткие аналоги моделей надежности выполнения алгоритмов. Например, формула (4) в случае нечетких исходных данных преобразуется к виду:

$$\tilde{p}_D^1 = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \left(\underline{p}_{D_\alpha}^1, \overline{p}_{D_\alpha}^1\right); \qquad \tilde{t}_D = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \left(\underline{t}_{D_\alpha}, \overline{t}_{D_\alpha}\right);$$

$$\underline{p}_{D_\alpha}^1 = \frac{\underline{p}_{A_\alpha}^1 \underline{k}_{\omega_\alpha}^{11}}{1 - \underline{p}_{A_\alpha}^1 \left(1 - \underline{k}_{\omega_\alpha}^{11}\right) - \left(1 - \underline{p}_{A_\alpha}^1\right) \underline{k}_{\omega_\alpha}^{11}};$$

$$\overline{p}^{1}_{D_\alpha}=\frac{\overline{p}^{1}_{A_\alpha}\overline{k}^{11}_{\omega_\alpha}}{1-\overline{p}^{1}_{A_\alpha}\left(1-\overline{k}^{11}_{\omega_\alpha}\right)-\left(1-\overline{p}^{1}_{A_\alpha}\right)\overline{k}^{11}_{\omega_\alpha}};$$

$$\underline{t}_{D_\alpha}=\frac{\underline{t}_{\omega_\alpha}+\underline{t}_{A_\alpha}}{1-p_1\left(1-\overline{k}^{11}_{\omega_\alpha}\right)-\left(1-p_1\right)\underline{k}^{00}_{\omega_\alpha}};$$

$$\overline{t}_{D_\alpha}=\frac{\overline{t}_{\omega_\alpha}+\overline{t}_{A_\alpha}}{1-p_2\left(1-\underline{k}^{11}_{\omega_\alpha}\right)-\left(1-p_2\right)\overline{k}^{00}_{\omega_\alpha}};$$

$$p_1=\begin{cases}\underline{p}^{1}_{A_\alpha}, & 1-\overline{k}^{11}_{\omega_\alpha}-\underline{k}^{00}_{\omega_\alpha}>0\\ \overline{p}^{1}_{A_\alpha}, & 1-\overline{k}^{11}_{\omega_\alpha}-\underline{k}^{00}_{\omega_\alpha}\le 0;\end{cases}$$

$$p_2=\begin{cases}\overline{p}^{1}_{A_\alpha}, & 1-\underline{k}^{11}_{\omega_\alpha}-\overline{k}^{00}_{\omega_\alpha}>0\\ \underline{p}^{1}_{A_\alpha}, & 1-\underline{k}^{11}_{\omega_\alpha}-\overline{k}^{00}_{\omega_\alpha}\le 0.\end{cases}$$

Аналогично нетрудно обобщить на нечеткий случай модели (2) и (3).

Пример 4. Пусть l-формы исходных данных для оценки надежности выполнения алгоритма Y сведены в табл.1 и табл.2. Используя модели (2) - (4), обобщенные на нечеткий случай, получим α-формы затрат времени $\left(\tilde{T}_Y\right)$ и вероятности безошибочного выполнения $\left(\tilde{P}^1_Y\right)$ алгоритма Y:

$$\tilde{P}^1_Y=\left(0.959{,}0.984\right)_0\cup\left(0.962{,}0.974\right)_{0.5}\cup\left(0.965{,}0.965\right)_1,$$

$$\tilde{T}_Y=\left(49.4{,}104.2\right)_0\cup\left(59.7{,}82.4\right)_{0.5}\cup\left(60{,}60\right)_1.$$

Полученные оценки показаны на рис.2 и могут интерпретировотся в l-форме как:

$$\tilde{P}^1_Y=\left\langle 0.959,\ 0.984,\ \text{ниже среднего}\right\rangle,\quad \tilde{T}_Y=\left\langle 49.4,\ 104.2,\ \text{ниже среднего}\right\rangle.$$

6. Выводы и возможные обобщения

Основной трудностью применения вероятностных моделей теории надежности есть от-сутствие исходных данных, которые учитывают реальные условия функционирования системы. Метод, предложенный в этой статье на примере оценки надежности алгоритмов,- это один из фор-мальных путей решения "проблемы исходных данных" на основе лингвистической экспертной информации и принципа нечеткого обобщения аналитических моделей. В отличие от теорий марковских и полумарковских процессов, которые используется в теории надежности, пред-ложенный метод свободен от сложных математических процедур, связанных со сверткой функций распределения времени нахождения систем в данном состоянии. Возможными областями применения предложенной в статье системы определений и утверждений является не только теория надежности, но и другие задачи моделирования, в которых исходные данные зави-сят от многих факторов и единственным источником информации о них есть экспертные оценки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Губинский А.И. Надежность и качество функционирования эргатических систем.- Л.:Наука, 1982. - 270с.

2. Ротштейн А.П. Вероятностно - алгоритмические модели человеко-машинных систем //Автоматика .- 1987.-N5.-С.81-86.

3. Ротштейн А.П. Алгебраическое проектирование бездефектных трудовых процессов //Управляющие системы и машины.-1990.-N6.-С.92-102.

4. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Фазовое укрупнение сложных систем .-К. :Вища школа, 1976.-182с.

5. Козлов Б.А., Ушаков И.А. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики.-М. :Советское радио, 1975.-472с.

6.Rotshtein A. Fuzzy Reliability Analysis of Man - Machine Systems. In " Reliability and Safety Analysis under Fuzziness. Studies in Fuzzines", Vol 4, Phisica - Verlag, a Springer - Verlag Company, 1994 ,pp.-245-270.

7. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений.- М.:Мир, 1976. - 165с.

8. Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.Л. Алгебра. Языки. Программирование.-К.:Наукова думка, 1978.- 320 с.

9. Борисов А.Н., Крумберг О.А., Федоров И.П. Принятие решений на основе нечетких моделей: Примеры использования. Рига: Зинатне, 1990.- 184с.

Таблица 1

Характеристики операторов алгоритма (1)

Оператор	$\widetilde{p}^{1}_{A}$	$\widetilde{t}_{A}$
A_1	<0.91, 0.95, низкая>	<10, 26, низкая>
A_2	<0.95, 0.99, средняя>	<7, 15, выше средней>
A_3	<0.95, 0.99, выше средней>	<1, 5, ниже средней>
A_4	<0.9999, 0.99998, средняя>	<14, 20, средняя>
A_5	<0.9999, 1, средняя>	<1, 2, ниже средней>
A_6	<0.9999, 0.99998, средняя>	<1, 2, ниже средней>
A_7	0.9999	<10, 18, выше средней>

Таблица 2

Характеристики логических условий алгоритма (1)

Логическое условие	$\widetilde{k}^{11}_{\omega}$	$\widetilde{k}^{00}_{\omega}$	$\widetilde{t}_{\omega}$
ω_1	<0.93, 0.97, средняя>	<0.6, 0.7, средняя>	<10, 26, низкая>
ω_2	<0.93, 0.97, средняя>	<0.6, 0.7, ниже средней>	<1, 2, ниже средней>
ω_3	<0.9999, 0.99998, ниже средней>	<0.9999, 0.99996, средняя>	1
ω_4	<0.96, 0.98, высокая>	<0.6, 0.7, выше средней>	<10, 18, выше средней>

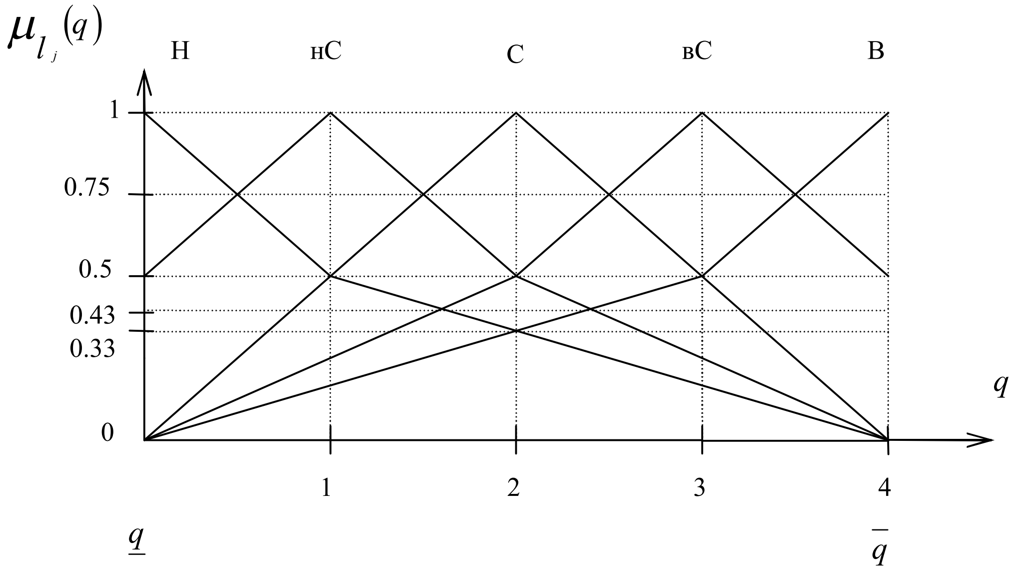

Рис.1.Кусочно-линейные функции принадлежности нечетких термов

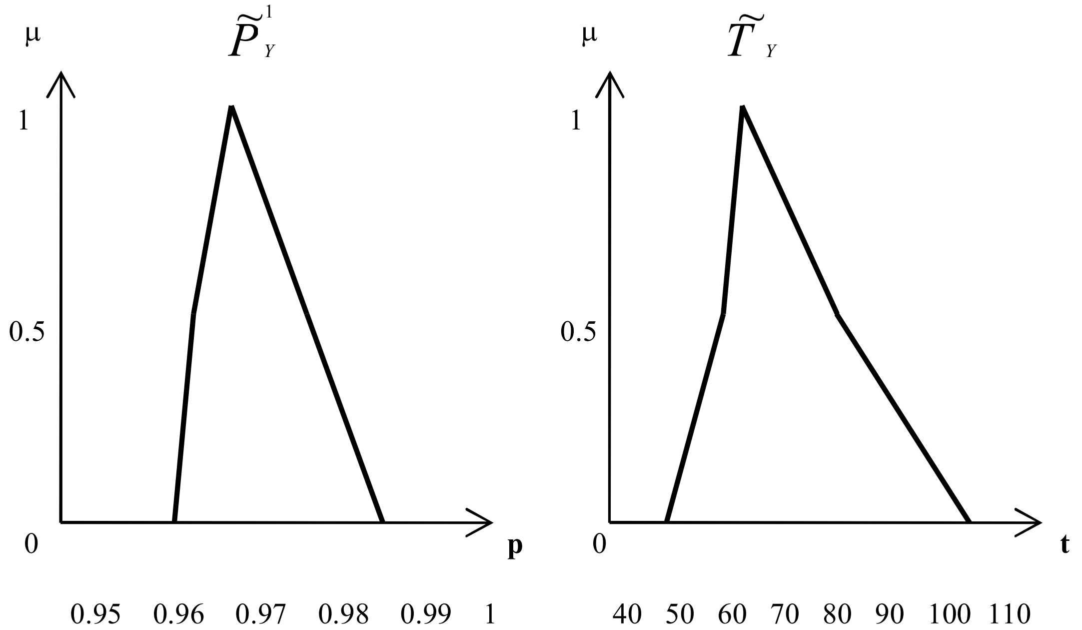

Рис.2. Функции принадлежности нечетких значений надежности выполнения алгоритма (1)