

УДК 681.3.07

С. Д. Штовба, д-р техн. наук, доц.;

О. В. Штовба, канд. екон. наук;

А. А. Яковенко

ГЕНЕТИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗМІЩЕННЯ ЗОВНІШНЬОЇ РЕКЛАМИ ТОРГОВИХ МАРОК

Досліджено задачу оптимізації розміщення зовнішньої реклами торгових марок за критеріями витрат та кількістю контактів з цільовою аудиторією. Оптимізацію розміщення реклами зведено до нелінійної задачі про рюкзак. Тестові приклади показали, що прийнятні розв'язки цієї задачі оптимізації можна отримати як за жадібним, так і за генетичним алгоритмом оптимізації.

Вступ

Зовнішня реклама є одним з найпопулярніших засобів просування торгових марок. Сьогодні пропозиції на ринку зовнішньої реклами досить широкі як за географією, так і за видом носіїв, наприклад, звичайні бігборди (біллборди), призматрони, світлодіодні екрани, сіті-лайти, беклайти, брендмауери тощо. Ціна зовнішньої реклами, а також її результативність сильно залежать від місця розміщення. В зв'язку з цим виникає задача вибору таких місць розміщення зовнішньої реклами, які б забезпечили бажані або екстремальні рівні витрат та ефекту.

Витрати на зовнішню рекламу зумовлені її створенням, тиражуванням та розміщенням. Витрати на створення (дизайн) рекламного повідомлення є разовими; вони ніяким чином не залежать від місць розміщення зовнішньої реклами. Таким чином, ці витрати як стали величину можна не враховувати в задачі оптимального розміщення зовнішньої реклами. Витрати на тиражування залежать від кількості примірників, тобто зі збільшенням рекламного тиражу вартість одного екземпляра може зменшуватися. Витрати на розміщення залежать як від місця розташування рекламного носія, так і від тривалості його використання.

Ефект від рекламування найчастіше визначають через такі показники, як додатковий прибуток від рекламування, кількість нових клієнтів або нових угод, кількість реагувань на рекламу, наприклад, у формі телефонних дзвінків, відвідувань сайту тощо [1—4]. Достовірне визначення цих показників можливе лише за результатами рекламування, тоді як потрібно спрогнозувати ефект до початку проведення кампанії. Крім того означені показники залежать не тільки від місця розташування реклами, але і від якості рекламного оголошення. Тому в нашій задачі для оцінювання ефекту потрібно обрати такий показник, щоб, по-перше, він залежав лише від місця розміщення реклами, та, по-друге, його значення можна спрогнозувати заздалегідь. Таким показником може бути кількість контактів рекламного повідомлення з цільовою аудиторією.

Оптимізацію розміщення реклами зазвичай зводять до задачі лінійного програмування [1, 4]. Але витрати на зовнішню рекламу нелінійно залежать від її обсягів через можливість оптових знижок, наприклад, від власників рекламних носіїв. Тому *метою статті є розробка методу оптимізації розміщення зовнішньої реклами з урахуванням нелінійних зв'язків між її обсягом та ціною.* Ідея пропонованого методу полягає в формалізації розміщення зовнішньої реклами нелінійною задачею про рюкзак та її розв'язання на основі жадібних та генетичних алгоритмів.

1. Формалізована постановка задачі

Задачу оптимального розміщення зовнішньої реклами сформулюємо за аналогією до класичної задачі про рюкзак [5]. Аналогія між задачами така: рюкзаку відповідає пакет розміщення реклами, предметам — носії зовнішньої реклами, об'єму рюкзачка — рекламний бюджет і корисності рюкзачка — сумарне число рекламних контактів. В цій задачі оптимізації вектор керованих змінних $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ формують доступні носії зовнішньої реклами, де n — кількість носіїв. Значення керованої змінної вказує на кількість часових інтервалів, протягом яких реклама присутня на цьому носії. Зазвичай один часовий інтервал відповідає двом тижням. Нульове значення змінної x_i вказує на те, що реклама не розміщуватиметься на i -му носії.

Математично задачу оптимізації поставимо в двох таких постановках: знайти вектор \mathbf{X} , щоб

$$\begin{cases} C(\mathbf{X}) \rightarrow \min; \\ K(\mathbf{X}) \geq K^* \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} K(\mathbf{X}) \rightarrow \max; \\ C(\mathbf{X}) \leq C^*, \end{cases} \quad (1)$$

де $C(\mathbf{X})$ — витрати на виготовлення і розміщення реклами для варіанта \mathbf{X} ; $K(\mathbf{X})$ — кількість рекламних контактів для варіанта \mathbf{X} ; K^* — мінімальна допустима кількість рекламних контактів; C^* — допустимий рекламний бюджет.

2. Математичні моделі

Загальну кількість рекламних контактів розрахуємо так:

$$K(\mathbf{X}) = \sum_{i=1, n} k_i x_i,$$

де k_i — кількість рекламних контактів з цільовою аудиторією для i -го носія за один часовий інтервал, $i = \overline{1, n}$. Оцінити k_i ($i = \overline{1, n}$) можна, наприклад, за методикою з [6], врахувавши інтенсивності пішохідних і автомобільних потоків та видимість реклами протягом доби.

Загальна витрати на рекламування становлять

$$C(\mathbf{X}) = \sum_{i=1, n} c_i x_i + \sum_{\substack{i=1, n \\ x_i > 0}} b_i + \sum_{\substack{i=1, n \\ x_i > 0}} a_i, \quad (2)$$

де c_i — вартість оренди i -го носія за один часовий інтервал, $i = \overline{1, n}$; b_i — вартість монтажу реклами на i -му носії, $i = \overline{1, n}$; a_i — вартість виготовлення примірника рекламного оголошення для i -го носія, $i = \overline{1, n}$.

Якщо торговою марку рекламують за безпаперовою технологією, наприклад, за допомогою світлодіодних екранів, тоді другою та третьою складовими можна знехтувати. Якщо реклама розміщується на однотипних носіях, наприклад, на бігбордах одного розміру, тоді остання складова в (2) відповідає вартості тиражування

$$\sum_{\substack{i=1, n \\ x_i > 0}} a_i = Na,$$

де N — загальна кількість примірників та a — вартість одного екземпляра, яка за великих накладів може залежати від N .

Для багатьох практичних випадків, розраховуючи витрати за формулою (2), слід врахувати, що вартість оренди знижується, якщо використати «критичне число» носіїв одного власника. Для врахування таких оптових знижок введемо спеціальні функції про залежність орендної плати c_i ($i = \overline{1, n}$) від варіанта розміщення реклами \mathbf{X} . Для спрощення розрахунків пронумеруємо рекламні носії таким чином, щоб 1-му власнику належали рекламні носії з номерами від S_1 до F_1 , 2-му власнику — рекламні носії з номерами від S_2 до F_2 тощо, і останньому M -му власнику — носії з номерами від S_M до F_M . Зауважимо, що $S_1 = 1$; $F_M = n$; $S_{r+1} = F_r + 1$, $r = \overline{1, M-1}$. Приклад такої нумерації для трьох власників наведено на рис. 1. Тоді першу складову в (2), тобто сумарні

витрати на орендну рекламних носіїв, розрахуємо таким чином: $\sum_{j=1, M} \left(d_j \cdot \sum_{i=S_j, F_j} c_i x_i \right)$, де

$d_j \leq 1$ — коефіцієнт оптової знижки j -го власника. Нехай j -й власник надає знижку у 10 %, якщо клієнт замовив рекламних носіїв на 10 часових інтервалів, та знижку у 20 %, якщо клієнт замовив рекламних носіїв на 25 часових інтервалів. Тоді коефіцієнт оптової знижки розраховуватимемо таким чином:

$$d_j = \begin{cases} 1, & \text{якщо } t_j < 10; \\ 0,9 & \text{якщо } t_j \in [10, 25), \\ 0,8, & \text{якщо } t_j \geq 25. \end{cases} \text{ де } t_j = \frac{\sum_{i=S_j, F_j} x_i}{S_j, F_j}$$

	Власник № 1				Власник № 2		Власник № 3					
Номер рекламного носія	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	S ₁ = 1 F ₁ = 4				S ₂ = 5 F ₂ = 6		S ₃ = 7 F ₃ = 12					

Рис. 1. Приклад нумерації рекламних носіїв

3. Алгоритми розв'язання задачі

Задачі (1) є *NP*-складними [5], тому точні методи типу повного перебору чи динамічного програмування ефективні лише за невеликої розмірності вхідних даних, тобто за малого числа доступних рекламних носіїв. Наприклад, для задачі з рис. 1 з можливістю оренди кожного з 12-ти носіїв на 0, 2, 4 або 6 тижнів існує $4^{12} = 16777216$ варіантів розміщення реклами. Стіна складності для цієї задачі становить біля 20 носіїв, для яких кількість варіантів розміщення складе $4^{20} \approx 10^{12}$.

Для розв'язання цієї задачі використаємо один із універсальних наближених методів розв'язання цілочисельних задач оптимізації, а саме генетичні алгоритми [7]. Для порівняння пропонується жадібний алгоритм розв'язання задачі про рюкзак з відкатом на 1 крок [5]. За жадібним алгоритмом для розміщення реклами в першу чергу обиратимемо носії з найбільшою ефективністю, тобто з максимальним значенням приросту числа рекламних контактів на одиницю витрат. З урахуванням нелінійності витрат (2) розрахунок ефективності рекламування здійснюватимемо на кожній ітерації алгоритму.

4. Тестовий приклад

Розглянемо задачу розміщення реклами на 12-ти однотипних носіях (табл. 1), що належать трьом власникам згідно з рис. 1. Коефіцієнти оптової знижки на орендну плату є такими:

$$d_1 = \begin{cases} 1, & \text{якщо } t_1 < 3; \\ 0,95, & \text{якщо } t_1 \in [3, 5); \\ 0,9, & \text{якщо } t_1 \in [5, 8); \\ 0,85, & \text{якщо } t_1 \in [8, 10); \\ 0,8, & \text{якщо } t_1 \geq 10; \end{cases} ; d_2 = \begin{cases} 1, & \text{якщо } t_2 < 3; \\ 0,9, & \text{якщо } t_2 \in [3, 6); \\ 0,8, & \text{якщо } t_2 \geq 6; \end{cases}$$

$$d_3 = \begin{cases} 1, & \text{якщо } t_3 < 2; \\ 1 - 0,01(t_3 - 1), & \text{якщо } t_3 \in [2, 18); \\ 0,83, & \text{якщо } t_3 \geq 18. \end{cases}$$

Ціна монтажу реклами на кожному із носіїв становить $b_i = 100$, грн ($i = \overline{1, 12}$). Витрати на виготовлення одного примірника рекламного оголошення становлять $a = 200$ грн. Коефіцієнт опто-

вої знижки на тиражування є таким: $d_N = \begin{cases} 1, & \text{якщо } N < 5; \\ 0,95, & \text{якщо } N \in [5, 10); \\ 0,9, & \text{якщо } N \in [10, 20); \\ 0,87, & \text{якщо } N \in [20, 30); \\ 0,85, & \text{якщо } N \geq 30. \end{cases}$

Таблиця 1

Вартість оренди та кількість рекламних контактів за 1 часовий інтервал

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
c_i , грн	700	1300	1400	1450	1350	1450	800	900	1000	1300	1700	1900
k_i , тис.	10	25	45	50	30	75	20	25	30	50	60	85

Результати розв'язання тестової задачі за різних постановок (табл. 2) показують, що у деяких випадках за генетичним алгоритмом знайдені трохи кращі розв'язки, ніж за жадібним. Щодо тривалості оптимізації, то час розв'язання задачі жадібним алгоритмом на порядок менший, ніж для генетичного.

Таблиця 2

Розв'язки тестових задач жадібним та генетичним алгоритмами

Задача	Алгоритм	\mathbf{X}_{opt}	$C(\mathbf{X}_{opt})$, грн	$K(\mathbf{X}_{opt})$, тис.
$\begin{cases} C(\mathbf{X}) \rightarrow \min \\ K(\mathbf{X}) \geq 250 \end{cases}$	генетичний	0 0 0 0 0 3 0 1 0 0 0 0	5415	250
	жадібний	0 0 0 0 0 3 0 1 0 0 0 0	5415	250
$\begin{cases} C(\mathbf{X}) \rightarrow \min \\ K(\mathbf{X}) \geq 500 \end{cases}$	генетичний	0 0 0 0 0 3 1 0 0 0 0 3	11120	500
	жадібний	0 0 0 0 0 3 1 0 0 0 0 3	11120	500
$\begin{cases} C(\mathbf{X}) \rightarrow \min \\ K(\mathbf{X}) \geq 1000 \end{cases}$	генетичний	0 0 0 0 0 3 3 3 2 3 3 3	24257	1005
	жадібний	0 0 0 2 0 3 0 0 3 3 3 3	24308	1000
$\begin{cases} K(\mathbf{X}) \rightarrow \max \\ C(\mathbf{X}) \leq 10000 \end{cases}$	генетичний	0 0 0 0 0 3 0 0 0 1 0 2	9813	445
	жадібний	0 0 0 0 0 3 0 0 0 1 0 2	9813	445
$\begin{cases} K(\mathbf{X}) \rightarrow \max \\ C(\mathbf{X}) \leq 20000 \end{cases}$	генетичний	0 0 0 0 0 3 0 0 1 3 3 3	19652	840
	жадібний	0 0 0 0 0 3 0 0 1 3 3 3	19652	840
$\begin{cases} K(\mathbf{X}) \rightarrow \max \\ C(\mathbf{X}) \leq 30000 \end{cases}$	генетичний	0 0 2 3 0 3 3 0 3 3 3 3	29956	1200
	жадібний	0 0 3 3 0 3 0 0 3 3 3 3	29393	1185

Висновки та подальші дослідження

Розроблено математичні моделі та досліджено задачу оптимізації розміщення зовнішньої реклами торгових марок за критеріями витрат та кількістю контактів з цільовою аудиторією. Особливістю моделей є врахування нелінійних залежностей між обсягом рекламування та витратами. Оптимізацію розміщення реклами зведено до задачі про рюкзак. Тестові приклади показали, що прийнятні розв'язки цієї задачі оптимізації можна отримати як за жадібними, так і за генетичними алгоритмами оптимізації. В низці випадків генетичні алгоритми виявились ефективнішими. Але різниця між якістю розв'язків не перевищує 2 %, тому ця перевага нівелюється значною похибкою початкових даних з кількості рекламних контактів, яка може становити 20...30 %.

Подальші дослідження варто спрямувати на розширення запропонованих ідей для розв'язання задач розміщення реклами з точнішими початковими даними щодо контактів цільової аудиторії,

наприклад, для задач розміщення банерної реклами на сайтах або контекстної реклами на пошукових та поштових серверах. Інший перспективний напрямок подальших досліджень полягає у врахуванні додаткових умов реальних задач, наприклад, обмежень з бюджету чи з кількості рекламних контактів для кожного часового інтервалу, наприклад, для перших 2-х, 4-х та 6-ти тижнів кампанії. Очікується, що для цих нових задач переваги генетичної оптимізації будуть суттєвішими.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Федоров Д. С. Оптимизация структуры рекламного бюджета фирмы / Д. С. Федоров // Маркетинг в России и за рубежом. — 2001. — № 4. — С. 45—49.
2. Матанцев А. Н. Эффективность рекламы / А. Н. Матанцев. — М. : Финпресс. — 2002. — 416 с.
3. Бородин И. Математика — муза рекламы / И. Бородин // Экономический вестник Ростовского государственного университета. — 2003. — № 3. — С. 98—101.
4. Овчаренко О. И. Оптимизация затрат на проведение рекламной кампании предприятия / О. И. Овчаренко, А. И. Богданенко // Вестник Таганрогского института управления и экономики. — 2010. — № 1. — С. 70—71.
5. Martello S. Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations / Silvano Martello, Paolo Toth. — John Wiley & Sons, 1990. — 296 p.
6. Дэвис Д. Исследования в рекламной деятельности: теория и практика / Джоэл Джей Дэвис. — М. : Вильямс, 2003. — 864 с.
7. Haupt R. Practical Genetic Algorithms / Randy L. Haupt, Sue Ellen Haupt. — New Jersey : John Wiley & Sons, 2004. — 253 p.

Рекомендована кафедрою комп'ютерних систем управління

Стаття надійшла до редакції 4.03.11

Рекомендована до друку 14.03.11

Штовба Сергій Дмитрович — професор кафедри комп'ютерних систем управління;
Штовба Олена Валеріївна — доцент кафедри менеджменту та моделювання в економіці;
Яковенко Антон Андрійович — студент Інституту автоматики, електроніки та комп'ютерних систем управління.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця