УДК 658.012

С.Д. Штовба

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ТОЧНОСТИ И ПРОЗРАЧНОСТИ НЕЧЕТКОЙ МОДЕЛИ МАМДАНИ ПРИ ОБУЧЕНИИ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ

Введение

Рассматриваются модели, в которых зависимость между входами и выходом описана базой знаний из нечетких правил типа «Если — то». При нечетком моделировании часто используют базу знаний в формате Мамдани, в которой антецеденты и консеквенты правил заданы нечеткими множествами, например «Низкий» (low), «Средний» (average), «Высокий» (hight) и т.п. Нечеткие правила в таком формате предложены в [1], на основе которой Е. Мамдани и С. Ассилиан разработали первый нечеткий контроллер [2]. В отличие от моделей типа «черный ящик», нечеткие модели Мамдани прозрачные, их структура содержательно интерпретируется в терминах, понятных не только разработчикам с высокой математической квалификацией, а и заказчикам — врачам, экономистам, менеджерам. Прозрачность нечетких моделей Мамдани — одно из главных преимуществ, благодаря которому нечеткие технологии успешно конкурируют с другими методами, особенно для тех прикладных задач, где возможность содержательной интерпретация важнее точности моделирования.

Для повышения точности нечеткую модель обучают, т.е. итерационно изменяют ее параметры для минимизации отклонения результатов логического вывода от экспериментальных данных. Настраивают как веса правил, так и функции принадлежности нечетких термов. Обучение нечеткой модели Мамдани представляет собой задачу нелинейной оптимизации, исследованию которой посвящено огромное количество теоретических и прикладных работ, в которых основной акцент делается на достижение максимальной точности обучения нечеткой модели. При этом настраиваемые параметры иногда изменяются настолько сильно, что возникают сложности содержательной интерпретации нечеткой модели. Таким образом, «погоня за точностью» приводит к потере важного конкурентного преимущества — прозрачности нечеткой модели. Если прозрачность модели второстепенна, то при идентификации зависимостей разумнее использовать другие (ненечеткие) методы, адекватность которых обычно лучше [3].

Цель настоящей статьи — исследование нового способа сохранения прозрачности нечеткой модели Мамдани и повышение ее точности при обучении по экспериментальным данным. Вначале описывается нечеткая модель Мамдани, формализуется обучение модели в виде задачи нелинейной оптимизации и анализируются способы повышения точности обучения, затем формулируются требования прозрачности нечеткой модели Мамдани и анализируются основные методы ее сохранения. Для повышения точности данной модели предлагается настраивать дополнительные параметры — границы носителя нечетких множеств в консеквентах правил, а для сохранения ее прозрачности сокращается количество управляемых переменных и вводятся новые ограничения. Типовая и предложенная схемы обучения сравниваются на примере прогнозирования топливной эффективности автомобиля.

1. Нечеткая модель Мамдани

Нечеткую базу знаний Мамдани запишем следующим образом [1, 2, 4, 5]:

$$\text{если}\quad (x_1=\tilde{a}_{1j}\ \text{ и }\ x_2=\tilde{a}_{2j}\ \text{ и ... и }\ x_n=\tilde{a}_{nj}\ \text{ с весом } w_j),\ \text{ то }\ y=\tilde{d}_j,\ j=\overline{1,m} \quad (1)$$

где $\tilde{a}_{ij}$ — нечеткий терм, оценивающий переменную x_i в j-м правиле, $i=\overline{1,n}$; $\tilde{d}_j$ — нечеткое заключение j-го правила; m — количество правил в базе знаний; $w_j\in[0,1]$ — весовой коэффициент, отражающий адекватность j-го правила.

Базу знаний Мамдани можно трактовать как разбиение пространства влияющих факторов на зоны с размытыми границами, внутри которых функция отклика принимает нечеткое значение. Количество таких нечетких зон равно числу правил.

Введем следующие обозначения, необходимые для дальнейшего изложения материала:

- $\mu_j(x_i)$ — функция принадлежности входа $x_i\in[\underline{x}_i,\overline{x}_i]$ нечеткому терму $\tilde{a}_{ij}$, т.е. $\tilde{a}_{ij}=\int\limits_{x_i\in[\underline{x}_i,\overline{x}_i]}(x_i)/x_i\mu_j$;
- $\mu_{d_j}(y)$ — функция принадлежности выхода $y\in[\underline{y},\overline{y}]$ нечеткому терму $\tilde{d}_j$, т.е. $\tilde{d}_j=\int\limits_{y\in[\underline{y},\overline{y}]}(y)/y\mu_{d_j}$.

Степень выполнения посылки j-го правила для текущего входного вектора $X^*=(x_1^*,\ x_2^*,\ldots,\ x_n^*)$ рассчитывают так:

$$\mu_j(X^*)=w_j\cdot(\mu_j(x_1^*)\wedge\mu_j(x_2^*)\wedge\ldots\wedge\mu_j(x_n^*)),\quad j=\overline{1,m},$$

где $\wedge$ — t-норма, которую в нечетком выводе Мамдани обычно реализуют операцией минимума.

В результате логического вывода по j-му правилу базы знаний получаем такое нечеткое значение выходной переменной y:

$$\tilde{d}_j^*=\mathrm{imp}(\tilde{d}_j,\mu_j(X^*)),\quad j=\overline{1,m}, \tag{2}$$

где imp — импликация, которая в нечетком выводе Мамдани реализуются операцией минимума, т.е. «срезанием» функции принадлежности $\mu_{d_j}(y)$ по уровню $\mu_j(X^*)$. Математически это записывается так:

$$\tilde{d}_j^*=\int\limits_{y\in[\underline{y},\overline{y}]}\min(\mu_j(X^*),\mu_{d_j}(y))/y.$$

Результирующее нечеткое множество $\tilde{y}^*$ получают объединением нечетких множеств (2):

$$\tilde{y}^*=\tilde{d}_1^*\cup\tilde{d}_2^*\cup\ldots\cup\tilde{d}_m^*,$$

что соответствует операции максимума над функциями принадлежности:

$$\mu_{y^*}(y)=\max(\mu_{d_1^*}(y),\mu_{d_2^*}(y),\ldots,\mu_{d_m^*}(y)).$$

Четкое значение выхода y^*, соответствующее входному вектору X^*, определяется дефазификацией нечеткого множества $\tilde{y}^*$. Наиболее часто применяется дефазификация по методу центра тяжести:

$$y^* = \int_{\underline{y}}^{\overline{y}} y\mu_{y^*}(y)\,dy \Big/ \int_{\underline{y}}^{\overline{y}} \mu_{y^*}(y)\,dy,$$

которая обеспечивает наилучшую динамику обучения нечеткой модели [6].

2. Задача обучения нечеткой модели Мамдани

Обучающую выборку, связывающую входы с выходом исследуемой зависимости, обозначим

$$X_r,\ y_r,\quad r = \overline{1, M}, \tag{3}$$

где $X_r = (x_{r1}, x_{r2}, ..., x_{rn})$ — входной вектор в r-й паре данных, y_r — соответствующий выход, M — объем выборки.

Для математической постановки задачи обучения нечеткой модели по выборке (3) введем следующие обозначения:

- P — вектор параметров функций принадлежности термов входных и выходной переменных;
- W — вектор весовых коэффициентов правил базы знаний;
- $F(P, W, X_r)$ — результат вывода по нечеткой базе знаний Мамдани с параметрами (P, W) при значении входов X_r. Нечеткий вывод осуществляется по формулам из предыдущего раздела статьи.

Согласно [4–8] обучение нечеткой модели состоит в отыскании такого вектора (P, W), чтобы

$$\mathrm{RMSE}(P, W) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{r=\overline{1, M}} (y_r - F(P, W, X_r))^2} \to \min. \tag{4}$$

При настройке функций принадлежности применяется пять способов, согласно которым координаты вектора P задают:

1) коэффициенты параметрической функции принадлежности каждого нечеткого терма [4–8]. Например, треугольная функция принадлежности задается тремя коэффициентами, которые соответствуют ядру и границам носителя нечеткого множества. Длина вектора P рассчитывается следующим образом: $|P| = \sum_{u=\overline{1, N}} k_u$, где k_u — количество коэффициентов функции принадлежности u-го нечеткого терма; N – количество нечетких термов в базе знаний (1);

2) границы α-сечений каждого нечеткого терма [7]. В этом случае $|P| = 2\sum_{u=\overline{1, N}} h_u$, где h_u — количество α-сечений u-го нечеткого терма. Например, для задания α-сечений на уровнях 0, 0,5 и 1 необходимо шесть коэффициентов — $(\mathrm{left}_0, \mathrm{right}_0, \mathrm{left}_{0{,}5}, \mathrm{right}_{0{,}5}, \mathrm{left}_1, \mathrm{right}_1)$. (рис. 1);

3) лингвистические квантификаторы типа «очень», «более-менее» и т.п. [9, 10]. В этом случае $|P| = N$. Квантификатор «очень» концентрирует нечеткое

множество, а квантификатор «более-менее» размазывает его. Операции концентрации и размазывания нечетких множеств реализуются возведением функции принадлежности в степень 2 и 1/2 соответственно [1];

4) коэффициенты сжатия-растяжения нечетких термов [9]. Эти коэффициенты соответствуют показателям степени, в которую возводят функцию принадлежности. Влияние этого коэффициента на график функции принадлежности иллюстрирует рис. 2. Значения 2 и 1/2 коэффициента сжатия-растяжения эквивалентны квантификаторам «очень» и «более-менее»;

5) коэффициенты функции принадлежности, лингвистический квантификатор и коэффициент сжатия-растяжения для каждого нечеткого терма [9]. Этот гибридный подход объединяет способы 1, 2 и 4. В этом случае размерность задачи оптимизации (4) сильно возрастает, потому что число настраиваемых коэффициентов каждого нечеткого терма возрастает на 2 в сравнении с первым способом.

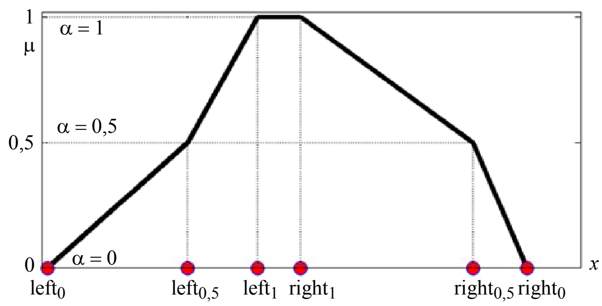


Рис. 1

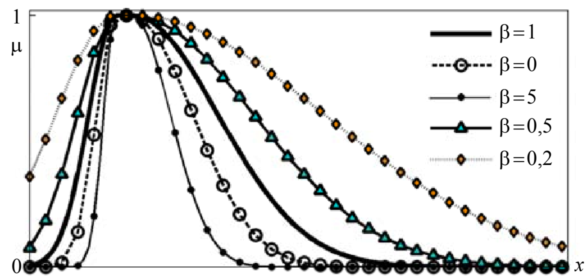


Рис. 2

Сравнительный анализ способов настройки функций принадлежности сведен в табл. 1. Чаще других применяют первый способ настройки функций принадлежности из-за хорошего баланса между точностью и продолжительностью обучения нечеткой модели. Этот способ и будем использовать в настоящей статье.

Таблица 1

Способ	Преимущества	Недостатки
1	Дифференцируемая целевая функция	Тип функции принадлежности при настройки не может быть изменен
2	Дифференцируемая целевая функция. Не требуется аналитическая модель функций принадлежности. Потенциально достижима высокая точность обучения	Большая размерность задачи оптимизации (4). Много ограничений на управляемые переменные, необходимых для обеспечения выпуклости нечетких множеств
3	Минимальная размерность задачи оптимизации (4)	Ядра нечетких множеств не настраиваются. Дискретная задача оптимизации с малым количеств альтернатив, что не позволяет настроить нечеткую модель точно
4	Минимальная размерность задачи оптимизации (4). Дифференцируемая целевая функция	Ядра нечетких множеств не настраиваются
5	Потенциально достижима высокая точность обучения	Смешанная дискретно-непрерывная задача оптимизации большой размерности

 ISSN 0572-2691

3. Прозрачность нечеткой модели

Нечеткую модель Мамдани будем считать прозрачной при выполнении таких условий:

1) база знаний не является противоречивой или избыточной, т.е. не содержит правил с одинаковыми антецедентами;

2) база знаний согласована с количеством термов, т.е. каждый терм фигурирует хотя бы в одном нечетком правиле;

3) для произвольного входного вектора на выходе получается непустое нечеткое множество;

4) по отдельности каждая функция принадлежности содержательно интерпретируется, т.е. соответствующее нечеткое множество является нормальным и выпуклым [11, 12];

5) каждое терм-множество содержательно интерпретируется, так:

- количество термов не слишком большое, чтобы эксперт каждому нечеткому множеству мог поставить в соответствие лингвистическую оценку [11–13]. Следуя работам [7, 14] целесообразно мощность терм-множества ограничить сверху «магическим» числом 7 ± 2 [15];

- нечеткие множества разных термов не должны быть эквивалентными или почти эквивалентными [11–13]. Следовательно, графики функций принадлежности соседних термов, например «Низкий» и «Ниже среднего», должны различаться визуально;

- не должна нарушаться линейная упорядоченность нечетких множеств, т.е. для терм-множества {«низкий», «ниже среднего»,…, «высокий»} переменной x справедливо:

$$\forall x : \mu_{\text{low}}(x) \le \mu_{\text{lower than average}}(x) \le \ldots \le \mu_{\text{hight}}(x). \qquad (5)$$

Кроме этого, желательно, чтобы база знаний была компактной, т.е. содержала минимальное (или близкое к нему) количество правил, необходимых для адекватного моделирования исследуемой зависимости. При большом числе входных переменных компактность базы знаний обеспечивает иерархическое представление правил [7, 14].

После настройки функций принадлежности возникают следующие типовые нарушения прозрачности нечетких моделей (рис. 3):

а) сильная схожесть функций принадлежности соседних нечетких множеств («Низкий»и «Ниже среднего» на рис. 3), что может внести противоречия в базу знаний;

б) потеря линейной упорядоченности терм-множества через разную размазанность функций принадлежностей — на интервале [65, 82] нечеткое множество «Средний» больше нечеткого множества «Выше среднего», а на интервале [0, 3] нечеткое множество «Ниже среднего» больше нечеткого множества «Низкий», хотя должно быть наоборот;

в) неинтерпретабельность крайнего терма — уменьшение значений переменной x от 8 до 0 снижает степень принадлежности нечеткому терму «Низкий», хотя должно быть наоборот.

г) неполное накрытие нечеткими множествами интервала возможных значений входных переменных — числа из диапазона [82, 88] не принадлежат нечетким множествам.

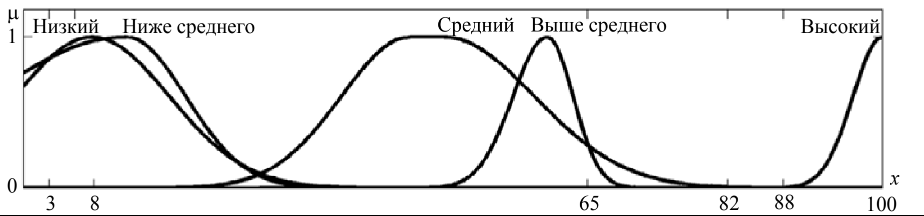


Рис. 3

4. Способы защиты прозрачности нечеткой модели

Первые два условия прозрачности нечеткой модели касаются базы знаний. Предположим, что они удовлетворены при ее формировании и при обучении правила не изменяются.

Третье условие можно выполнить, используя нечеткие термы, носитель которых не у́же диапазона изменения соответствующей входной переменной. Для этого проще всего использовать параметрические функции принадлежности с областью определения $(-\infty, \infty)$, например гауссову кривую:

$$\mu(x) = \exp(-(x-b)^2 / 2c^2), \tag{6}$$

где b — координата максимума; $c > 0$ — коэффициент концентрации.

Четвертое условие легко выполнить с помощью параметрических функции принадлежности, которые задают выпуклые и нормальные нечеткие множества. При этом надо ограничить ядра нечетких множеств диапазоном изменения соответствующей переменной. Например, для функции принадлежности (6) это ограничение записывается так: $b \in [\underline{x}, \overline{x}]$.

Для выполнения условия 5 применяют три подхода, которые используют: 1) формальный критерий прозрачности; 2) лингвистические квантификаторы для модификации функций принадлежности; 3) семантические ограничения.

По первому подходу синтезируют некоторый критерий прозрачности $T(P)$ нечеткой модели и переходят от (4) к следующей задаче многокритериальной оптимизации [16]: найти вектор (P, W), чтобы:

$$\begin{cases} \mathrm{RMSE}(P, W) \to \min, \\ T(P) \to \max. \end{cases} \tag{7}$$

Для решения задачи (7) типовыми методами оптимизации применяют штрафные функции [12]. Можно также перевести один из критериев в ограничение, что преобразует (7) в задачу условной оптимизации.

Расчет прозрачности нечеткой модели обычно осуществляют на основе следующего коэффициента схожести нечетких множеств [12, 13, 16]:

$$S(\widetilde{A}, \widetilde{B}) = \frac{\left|\mathrm{supp}(\widetilde{A} \cap \widetilde{B})\right|}{\left|\mathrm{supp}(\widetilde{A} \cup \widetilde{B})\right|}, \tag{8}$$

где $\widetilde{A}$ и $\widetilde{B}$ — нечеткие множества, для которых рассчитывается коэффициент схожести; supp — носитель нечеткого множества; $|\cdot|$ — мощность множества. Значение коэффициента схожести равно 1, если нечеткие множества эквиваленты, и равно 0, если нечеткие множества не пересекаются. Формула (8) пригодна для расчета коэффициента схожести нечетких множеств с компактными носителями. Если носителями нечетких множеств является $(-\infty, \infty)$, то формула (8) не работает. В этом случае ее можно модифицировать, заменив носители на α-сечения:

$$S(\widetilde{A}, \widetilde{B}) = \frac{\left|(\widetilde{A} \cap \widetilde{B})_\alpha\right|}{\left|(\widetilde{A} \cup \widetilde{B})_\alpha\right|},$$

где $\alpha << 1$, например, $\alpha = 0{,}01$.

В качестве показателя прозрачности выбирают величину, обратную среднему или максимальному коэффициенту схожести по всем парам нечетких множеств из базы знаний. Использование коэффициента (8) защищает лишь от одного нарушения прозрачности нечеткой модели — схожести функций принадлежности нечетких термов, поэтому его изолированное использование не сохраняет прозрачность нечеткой модели.

По второму подходу функции принадлежности настраивают, изменяя лингвистические квантификаторы нечетких множеств [9, 10]. При этом исходные функции принадлежности подбирают таким образом, чтобы любая комбинация квантификаторов не нарушала прозрачность терм-множеств. Недостаток этого подхода — низкая точность настройки нечеткой модели.

По третьему подходу в (4) вводят следующие ограничения на значения управляемых переменных:

нечеткие множества полностью накрывают интервал возможных значений входных переменных [11], т.е. любое число из этого интервала принадлежит с ненулевой степенью хотя бы одному нечеткому множеству; (9)

координаты максимумов функций принадлежности нечетких термов ограничены диапазонами изменения соответствующих переменных [5, 7, 11]; (10)

пересекаются только функции принадлежности соседних нечетких термов [11]; (11)

высота пересечения нечетких множеств соседних термов ограничена снизу и сверху [17]; (12)

расстояние между координатами максимумов функций принадлежностей соседних термов ограничено снизу [5, 13]; (13)

длина определенного α-сечения каждого нечеткого множества ограничена снизу и сверху [16]. (14)

Ограничения (9)–(14) можно использовать совместно или изолировано. Однако даже при удовлетворении всем ограничениям возможны нарушения линейной упорядоченности терм-множества и потеря интерпретабельности функций принадлежностей крайних термов, поэтому в работе [17] предлагается использовать новые ограничения, которые можно сформулировать как требования нечеткого разбиения Руспини (Ruspini)) интервала входных значений:

$$\forall x_i \in [\underline{x}_i, \overline{x}_i]: \sum_{v=\overline{1, V_i}} \mu_{iv}(x_i) = 1,$$

где V_i — мощность терм-множества переменной x_i, $i = \overline{1, n}$. При использовании разбиения Руспини совместно с треугольными функциями принадлежности настраивать можно только ядра некрайних нечетких множеств, так как остальные коэффициенты связаны с ними (рис. 4). Такое уменьшение настраиваемых коэффициентов снижает точность обучения нечетких моделей [9]. Кроме того, разбиение Руспини применимо только для нечетких множеств с компактными носителями, например, заданных треугольной или трапециевидной функциями принадлежности. Использование таких функций принадлежностей увеличивает объем базы знаний, поскольку для произвольного входного вектора должно существовать хотя одно правило с ненулевой степенью выполнения. В [9] совместно с (9)–(11) используется следующее ограничение:

нижняя и верхняя границы ядра и носителя
каждого нечеткого терма ограничены снизу и сверху. (15)

По сравнению с условием нечеткого разбиения при этих ограничениях нечеткие модели получаются точнее. Однако при обучении интерпретабельность крайних термов не сохраняется. Еще одним недостатком, как и при использовании нечеткого разбиения, является большой объем базы знаний.

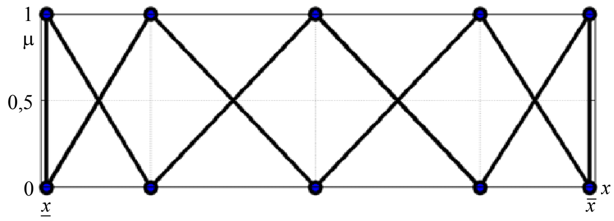


Рис. 4

Таким образом, жесткие ограничения в виде разбиения Руспини сохраняют прозрачность нечеткой модели при обучении, но существенно снижают точность. Проанализированные попытки смягчить эти ограничения повышают точность обучения, но приводят к различным нарушениям прозрачности. Ниже предлагается новый подход к обучению функций принадлежности, повышающий точность нечеткой модели Мамдани не в ущерб прозрачности.

5. Повышение точности обучения модели Мамдани за счет расширения носителя нечетких множеств

В большинстве нечетких моделях Мамдани дефазификация выполняется по методу центра тяжести. Для таких нечетких моделей нами выявлен эффект сужения диапазона выходных значений (рис. 5, *а* — проблема сужения интервала), который состоит в следующем. Минимальное значение на выходе нечеткой модели Мамдани будет тогда, когда степень выполнения правила с консеквентом «Низкий»равна 1, а степени выполнения остальных правил равны 0. В этом случае результат логического вывода находится посредством дефазификации нечеткого множества «Низкий». Аналогично максимальным выходным значением будет результат дефазификации нечеткого множества «Высокий». Чем размазанее нечеткие множества «Низкий» и «Высокий», тем дальше результаты дефазификации от координат максимумов функций принадлежности, и, соответственно, от требуемых границ выходных значений.

Устранить эффект сужения диапазона выходных значений без ущерба для прозрачности можно, расширив носитель нечетких множеств (рис. 5, *б* — способ решения). Таким образом, на точность обучения модели Мамдани, кроме перечисленных в разд. 2 параметров, влияют также границы носителя нечетких множеств выходной переменной, поэтому имеет смысл попытаться повысить точность обучения нечеткой модели добавив эти два параметра в вектор управляемых переменных задачи оптимизации (4).

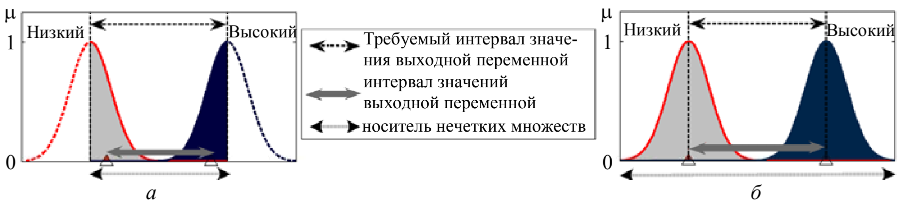


Рис. 5

Пример 1. Рассматривается зависимость (рис. 6) топливной эффективности автомобиля (количество миль, которые можно проехать на одном галлоне топлива — y) от массы автомобиля (x_1) и года выпуска модели (x_2) [18]. Нечеткая модель Мамдани о зависимости $y = f(x_1, x_2)$ приведена в табл. 2 и табл. 3. Используется гауссова функция принадлежности (6).

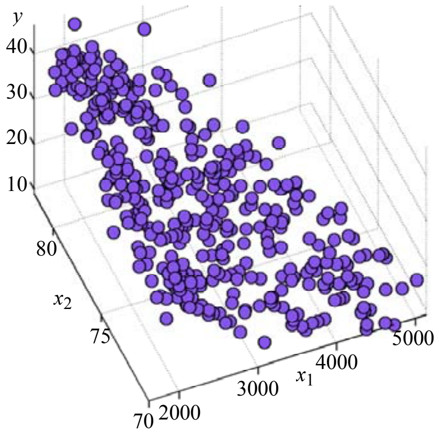


Рис. 6

Таблица 2

№ правила	x_1	x_2	y
1	Light	New	High
2	Heavy	Old	Low
3	Light	Old	Average

Таблица 3

Нечеткий терм	b	c
Light	1613	1500
Heavy	5140	1500
Old	70	6
New	82	3
Low	9	5
Average	30	5
High	46,6	5

Тестирование (рис. 7, *а* — исходная модель) показывает, что нечеткая модель плохо работает для автомобилей с очень малой и очень высокой топливной эффективностью. Расширение носителя нечетких множеств выходной переменной y существенно повышает точность моделирования (рис. 7, *б* — модель с расширенным носителем нечетких множеств выходной переменной и рис. 8).

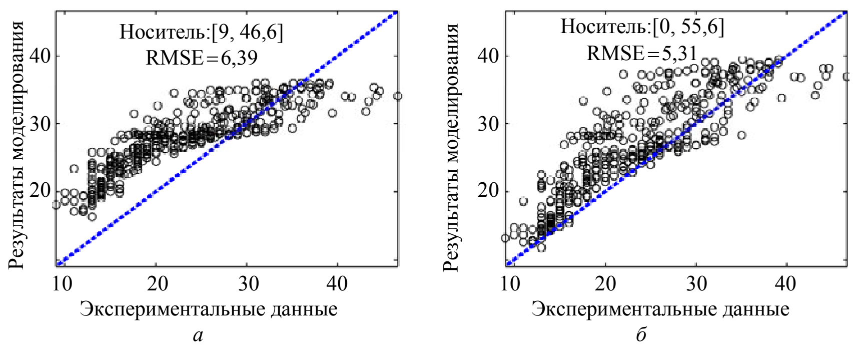


Рис. 7

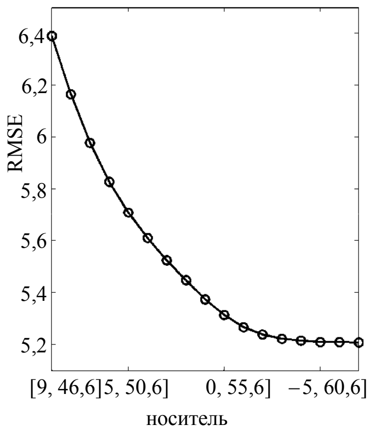


Рис. 8

6. Новая схема сохранения прозрачности нечеткой модели Мамдани

Для обеспечения небольшого объема базы знаний будем использовать нечеткие множества с некомпактным носителем, например с гауссовой функцией принадлежности (6). Для предотвращения эффекта сужения диапазона выходных значений в вектор управляемых переменных задачи (4) включим границы носителя нечетких множеств выходной переменной. Для сохранения прозрачности нечеткой модели в задачу оптимизацию (4) введем ограничения (5), (9) и (13). Ограничения (5) и (9) проще всего реализовать, подобрав диапазоны изменения коэффициентов концентраций (b) гауссовой функции принадлежности (6). Кроме того, координаты максимумов крайних термов настраивать не будем, а установим их равными границам возможных значений переменных. Это защитит от потери неинтерпретабельности функций принадлежности крайних нечетких термов, а также сократит размерность задачи оптимизации (4). Весовые коэффициенты будем использовать только для тех правил, адекватность которых вызывает сомнения. Значения остальных весовых коэффициентов приравняем к 1. Уменьшение количества настраиваемых параметров, кроме сокращения времени оптимизации, позволяет также снизить объем обучающей выборки экспериментальных данных.

Пример 2. Сравним результаты обучения нечеткой модели из предыдущего примера по новой и типовой схеме.

При типовой схеме обучения будет 17 управляемых переменных:

- три весовых коэффициента правил базы знаний;
- семь коэффициентов концентраций функций принадлежности нечетких термов;
- семь координат максимума функций принадлежности нечетких термов.

Обучение проведем с ограничениями (9), (10) и (13).

При новой схеме обучения будет 11 управляемых переменных:

- весовой коэффициент третьего правила базы знаний, так как адекватность первого и второго правила очевидна;
- левая и правая границы носителя нечетких множеств выходной переменной y;
- семь коэффициентов концентраций функций принадлежности нечетких термов;
- координата максимума функции принадлежности нечеткого терма «Average».

В обучающую выборку включим автомобили с нечетными порядковыми номерами, а в тестовую — с четными. Обучение проведем квазиньютоновским методом Бройдена–Флетчера–Голфарбда–Шэнно на протяжении 15 итераций.

Распределения ошибок на тестовой выборке (статистика 100 экспериментов) (рис. 9) при оптимизации из разных начальных точек показывают, что обучение по новой схеме в среднем точнее. Функции принадлежности и весовые коэффициенты правил наилучших нечетких моделей, полученных обучением по обеим схемам, приведены на рис. 10 и в табл. 4. Ошибки на тестовой выборке: RMSE=2,930 после обучения по типовой схеме и RMSE=2,884 после обучения по новой схеме. Несмотря на меньшее количество настраиваемых параметров, обучение по новой схеме оказалось точнее. Что касается прозрачности, то использование типовой схемы обучения привело к неинтерпретабельности крайнего терма «Heavy»(рис. 10, *а* — после обучения по типовой схеме). При новой схеме обучения нечеткая модель осталась прозрачной (рис. 10, *б* — после обучения по новой схеме).

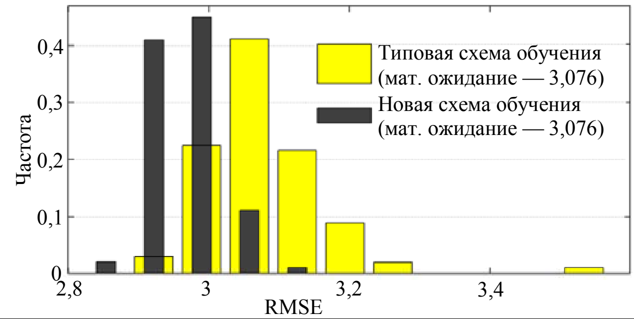
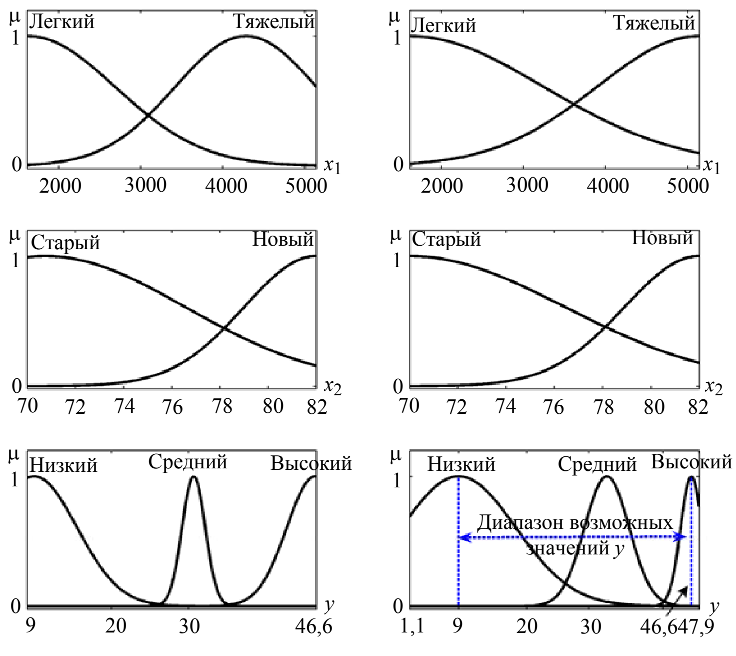


Рис. 9



а *б*

Рис. 10

Таблица 4

№ правила	После обучения по типовой схеме	После обучения по новой схеме
1	0,405	1
2	0,994	1
3	0,251	0,159

Выводы

Сформулированы требования прозрачности нечеткой модели Мамдани. Выявлены типовые нарушения прозрачности нечеткой модели, которые возникают как побочный эффект обучения по экспериментальным данным. Установлено, что методы сохранения прозрачности нечетких моделей формируют жесткую систему ограничений, которая не позволяет достичь высокой точности обучения. Показано, что способы повышения точности обучения за счет смягчения ограничений несколько нарушают прозрачность нечеткой модели. Предложена новая схема обучения нечеткой модели Мамдани, отличающаяся от известных: 1) расширение носителя нечетких множеств выходной переменной; 2) исключение из настраиваемых параметров координат максимумов функций принадлежности крайних термов; 3) ограничение на линейную упорядоченность нечетких множеств в рамках одного терм-множества. Компьютерные эксперименты свидетельствуют, что обучение по новой схеме не нарушает прозрачности нечеткой модели. При этом точность нечеткой модели получается не хуже, чем при типовом обучении. Благодаря возможности получения точных и прозрачных моделей предложенная схема обучения полезна при идентификации нелинейных зависимостей с помощью нечетких баз знаний в медицине, экономике, биологии, социологии и других областях, где важны как адекватность модели, так и содержательная интерпретация ее параметров.

С.Д. Штовба

ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ТОЧНОСТІ ТА ПРОЗОРОСТІ НЕЧІТКОЇ МОДЕЛІ МАМДАНІ ПРИ НАВЧАННІ ЗА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИМИ ДАНИМИ

Виявлено типові порушення прозорості нечіткої моделі Мамдані, які виникають як побічний ефект навчання за експериментальними даними. Запропоновано нову схему навчання нечіткої моделі Мамдані, яка відрізняється від відомих: 1) розширенням носіїв нечітких множин вихідної змінної; 2) виключенням з переліку настроюваних параметрів координат максимумів функцій належностей крайніх термів; 3) введенням обмеження на лінійну упорядкованість нечітких множин в межах однієї терм-множини. Комп'ютерні експерименти свідчать, що навчання за новою схемою не порушує прозорість нечіткої моделі. При цьому точність нечіткої моделі є не гіршою, ніж при типовому навчанні.

S.D. Shtovba

PROVIDING OF ACCURANCY AND TRANSPARENT OF MAMDANI-TYPE FUZZY MODEL BY LEARNING ON EXPERIMENTAL DATA

The typical violations of Mamdani-type fuzzy model that are produced while learning on experimental data, are described. The new learning scheme for Mamdani-type fuzzy model is proposed. The main features of that scheme are: 1) enlarged support of output variable fuzzy sets; 2) elimination of the cores of extreme fuzzy terms from tuning parameters; 3) insertion of constraint on linear order of fuzzy sets in frame of the term-set. The computational experiments show that the new learning scheme does not violate the fuzzy model transparency and at the same time the fuzzy model accuracy is no worse in comparison with typical learning.

1. *Zadeh L.* Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes // IEEE Trans. Syst. Man Cybernet. № 3. — 1973. — P. 28–44. (Рус. перевод: Заде Л.

 ISSN 0572-2691

Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решений. В кн. «Математика сегодня»: Пер. с англ. — М. : Знание. — 1974. — С. 5–49).
2. *Mamdani E.H., Assilian S.* An experiment in linguistic synthesis with fuzzy logic controller // Int. J. Man-Machine Studies. — 1975. — **7**, N 1. — P. 1–13.
3. *Nauck D., Kruse R.* Neuro-Fuzzy Systems for Function Approximation // Fuzzy Sets and Systems. — 1999. — **101**, N 2. — P. 261–271.
4. *Yager R., Filev D.* Essentials of fuzzy modeling and control. — USA : John Wiley & Sons. — 1994. — 387 p.
5. *Штовба С.Д.* Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. — М. : Горячая линия. — Телеком, 2007. — 288 с.
6. *Ротштейн А.П., Штовба С.Д.* Влияние методов дефазификации на скорость настройки нечеткой модели // Кибернетика и системный анализ. — 2002. — № 5. — С. 169–176.
7. *Ротштейн А.П.* Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети. — Винница : УНІВЕРСУМ–Вінниця, 1999. — 320 с.
8. *Ротштейн А.П., Катeльников Д.И.* Идентификация нелинейных зависимостей нечеткими базами знаний // Кибернетика и системный анализ. — 1998. — № 5. — С. 53–61.
9. *Casillas J., Cordon O., Jose del Jesus M., Herrera F.* Genetic tuning of fuzzy rule deep structures preserving interpretability and its interaction with fuzzy rule set reduction // IEEE Trans. on Fuzzy Systems. 2005. — **13**, N 1. —— P. 13–29.
10. *Alcala R., Alcala-Fdez J., Casillas J., Cordon O., Herrera F.* Hybrid learning models to get the interpretability-accuracy trade-off in fuzzy modeling // Soft Comput. 2006. — N 10. — P. 717–734.
11. *Babuska R.* Construction of fuzzy systems – interplay between precission and transparency. // Proc. of Europ. Sympos. on Intell. Techn., Aachen (Germany). — 2000. — P. 445–452.
12. *Roubos H., Setnes M., Abonyi J.* Learning fuzzy classification rules from data. // Developments in Soft Computing» / Eds.: R. John, R. Birkenhead. — Berlin : Springer-Verlag, — 2001. — P. 108–115.
13. *Paiva R.P., Dourado A.* Merging and constrained learning for interpretability in neuro-fuzzy systems // Proc. of Europ. Sympos. on Intell. Techn., Hybrid Systems and Their Implementation on Smart Adaptive Systems «EUNITE». Tenerife (Spain). — 2001. — P. 17–21.
14. *Rotshtein A.* Design and tuning of fuzzy rule–based system for medical diagnosis. // Fuzzy and Neuro–Fuzzy Systems in Medicine / Eds.: N.H. Teodorescu, A. Kandel, L.C. Jain. USA, Boca–Raton : CRC–Press. — 1998. — P. 243–289.
15. *Miller G.A.* The magic number seven plus or minus two: some limits on our capacity for processing information // Psychological Review. — 1956. — N 63. — P. 81–97.
16. *Jimhez F., Gomez-Skanneta A., Roubos H., Babuska R.* A multi-objective evolutionary algorithm for fuzzy modeling // Proc. of Intern. Fuzzy Systems Association and the North American Fuzzy Inform. Proces. Society Joint Conf. (IFSA/NAFIPS). — Canada, Vancouver, 2001. — P. 1222–1228.
17. *Riid A.* Transparent fuzzy systems: modeling and control // Phd Thesis. Tallinn Technical University : Department of Computer Control. Tallinn (Estonia), — 2002. — 227 p. (http://www.dcc.ttu.ee/andri/teosed/tfs-mac.pdf).
18. *MPG* data base of UCI Machine Learning Repository (http://www.ics.uci.edu/~mlearn/MLRepository.html).

Получено 12.03.2007