Ротштейн А.П., Штовба С.Д. Управление динамической системой на основе нечеткой базы знаний // Автоматика и вычислительная техника. – 2001. – №2. – С. 23–30.

Управление динамической системой на основе нечеткой базы знаний

А. П. Ротштейн, С. Д. Штовба

Аннотация. В работе показана возможность построения системы управления динамическим объектом на основе естественно-языковых экспертных высказываний. При этом формализация экспертных высказываний осуществляется с помощью нечеткой базы знаний, которая задает структуру системы управления. На примере управления перевернутым маятником показано, что настраивая базу знаний можно управлять динамическим системой не менее эффективно, чем с помощью классических методов.

Ключевые слова: динамическая система, нечеткая база знаний, настройка.

Введение

Понятие динамической системы традиционно связывается с ее количественным описанием на языке дифференциальных (или других) уравнений [1]. Классическая теория автоматического регулирования (управления) предполагает, что такие уравнения можно построить на основе законов физики: механики, термодинамики, электромагнетизма [2]. Построение уравнений динамики требует глубокого понимания процессов, происходящих в объекте управления, и высокой физико-математической квалификации [3]. Между тем, человек способен управлять сложными объектами, не составляя и не решая никаких уравнений. Вспомним, например, с какой легкостью водитель паркует автомобиль. Даже новичок, впервые севший за руль, может управлять автомобилем, выполняя словесные команды инструктора, сидящего рядом.

Уникальным свойством человека является его способность к обучению и оценке наблюдаемых параметров на естественном языке: *малая* скорость, *большое* расстояние и т.п. Возможность формализации естественно-языковых высказываний обеспечивается теорией нечетких множеств [4]. В этом статье показывается, что, настраивая нечеткую базу знаний, можно управлять динамическим объектом не менее эффективно, чем с помощью классической теории управления.

1. Объект управления

В качестве объекта, рассмотрим перевернутый маятник (рис. 1), т. е. стержень, зафиксированный относительно тележки с возможностью колебаний в продольно-вертикальной плоскости. Задача системы управления состоит в удержании перевернутого маятника в вертикальном положении за счет смещения тележки. Более привычный вариант такой задачи - это удерживание в вертикальном положении палки на пальце. В [3] показано, что к такому классу задач сводится моделирование ракеты, сверхзвукового самолета, состава барж, толкаемых буксиром - всех тех объектов, в которых центр масс и точка приложения силы не совпадают.

Прежде чем перейти к дифференциальным уравнениям, описывающим управление перевернутым маятником, отметим, что вертикальное положение палки на пальце достигается с помощью простых правил:

- ЕСЛИ угол отклонения палки от вертикали *большой*, ТО следует *быстро* перемещаться в том же направлении;
- ЕСЛИ угол отклонения палки от вертикали *малый*, ТО следует осуществить *малое* перемещение в том же направлении;

- ЕСЛИ угол отклонения палки от вертикали равен *нулю*, ТО *не следует перемещаться* вообще.

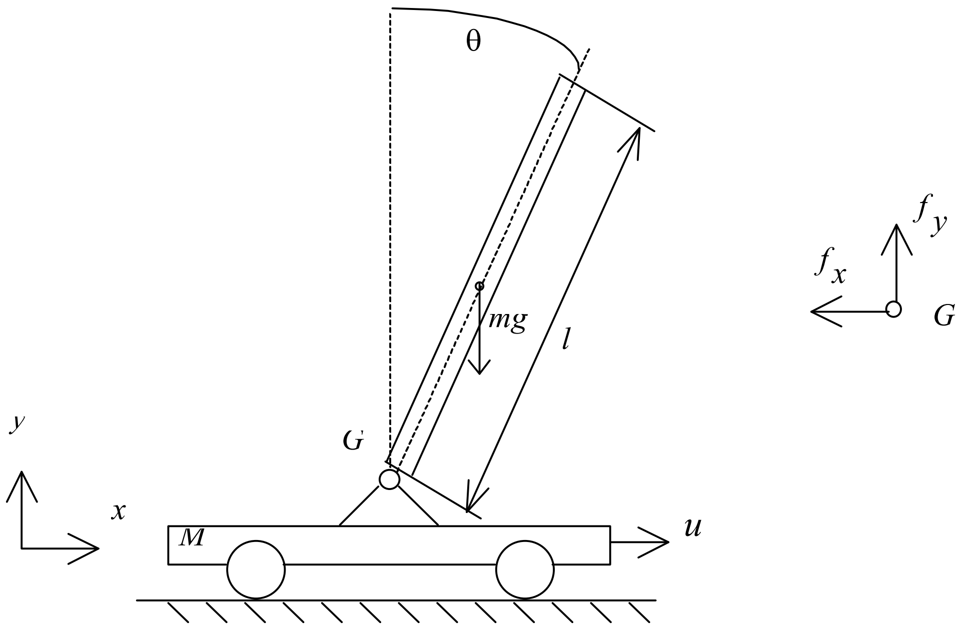

Рис . 1. Перевернутый маятник

2. Классическая модель управления

Следуя [5], введем обозначения (рис. 1): l - длина маятника, m - масса маятника, M - масса тележки, g - ускорение свободного падения, u - управляющая сила, приложенная к тележке, f_x и f_y - горизонтальная и вертикальная составляющие сил, действующих на маятник, θ - угол отклонения маятника от вертикали, I - момент второго порядка в плоскости качания маятника, который для прямолинейного тонкого стержня рассчитывается по формуле $I = \frac{ml^2}{3}$.

Уравнение движения перевернутого маятника как объекта управления можно записать следующим образом [5]:

крутящий момент относительно точки G

$$I\ddot{\theta}=f_x l\cos\theta+f_y l\sin\theta\,;$$

смещение проекции точки G на ось y

$$f_y-mg=m\frac{d^2}{dt^2}(l\cos\theta)=-ml(\ddot{\theta}\sin\theta+\dot{\theta}^2\cos\theta)\,;$$

смещение проекции точки G на ось x

$$f_x=m\frac{d^2}{dt^2}(x-l\sin\theta)=m\ddot{x}-ml(\ddot{\theta}\cos\theta-\dot{\theta}^2\sin\theta)\,;$$

перемещение тележки (параллельно оси x)

$$u-f_x=M\ddot{x}\,,$$

где $\dot{\theta}$ - скорость изменения угла θ; $\ddot{\theta}$ - угловое ускорение маятника; $\ddot{x}$ - ускорение тележки вдоль оси x.

Линейная аппроксимация этих уравнений при условии изменения угла θ в достаточно малой области ($\cos\theta\approx 1$, $\sin\theta\approx\theta$, $\theta\cdot\dot{\theta}\approx 0$, $\dot{\theta}^2\approx 0$) позволяет получить дифференциальное уравнение движения перевернутого маятника в форме

$$\ddot{\theta}=\frac{3g(M+m)}{(4M+m)l}\theta+\frac{3u}{(4M+m)l}\,. \tag{1}$$

Для удерживания маятника в вертикальном положении с помощью обычной системы управления с обратной связью зададим управляющую переменную в виде:

$$u=\alpha\theta+\beta\dot{\theta}\,, \tag{2}$$

что соответствует пропорционально-дифференциальному (ПД) регулятору с коэффициентами пропорциональности α и β [6].

Для обеспечения устойчивости выберем значения коэффициентов:

$$\alpha = -10 \ , \ \beta = -2 \, ,$$

что дает отрицательные значения корней

$$\lambda_1 = --5.81 \quad , \ \lambda_2 = --4.02$$

в характеристическом уравнении

$$\lambda^2 - \frac{3\beta}{(4M+m)l}\lambda - \frac{3g(M+m)+3\alpha}{(4M+m)l} = 0 \, ,$$

соответствующем (1). При этом использовались следующие значения параметров:

$$m = 0.035 \text{ кг}, \ M = 0.5 \text{ кг}, \ l = 0.3 \text{ м}, \ g = 9.8 \text{ м/с}^2 \, .$$

Таким образом, для удержания перевернутого маятника в вертикальном положении можно использовать управляющее воздействие

$$u = -10\theta - 2\dot{\theta} \, , \tag{3}$$

при котором уравнение устойчивого движения имеет вид:

$$\ddot{\theta} = -9.22 \cdot \dot{\theta} - 23.35 \cdot \theta \tag{4}$$

В табл. 1 приведена динамика изменения переменных θ (рад) и $\dot{\theta}$ (рад/с), полученная из (4) при различных начальных условиях: γ_1, γ_2 и γ_3.

В дальнейшем табл. 1 будет использована как обучающая выборка для настройки нечеткой модели управления.

Таблица 1

Поведение перевернутого маятника под управлением ПД-регулятора

t	γ_1		γ_2		γ_3	
	θ	$\dot{\theta}$	θ	$\dot{\theta}$	θ	$\dot{\theta}$
0.0	0.1750	0.0000	0.1050	0.0000	0.0350	0.0000
0.2	0.1300	-0.3206	0.0780	-0.1923	0.0260	-0.0641
0.4	0.0714	-0.2444	0.0428	-0.1466	0.0143	-0.0489
0.6	0.0338	-0.1356	0.0203	-0.0813	0.0068	-0.0271
0.8	0.0145	-0.0647	0.0087	-0.0388	0.0029	-0.0129
1.0	0.0057	-0.0278	0.0034	-0.0167	0.0011	-0.0056
1.2	0.0021	-0.0110	0.0012	-0.0066	0.0004	-0.0035
1.4	0.0012	-0.0040	0.0004	-0.0024	0.0001	-0.0008
1.6	0.0002	-0.0013	0.0001	-0.0008	0.0000	-0.0003
1.8	0.0000	-0.0004	0.0000	-0.0002	0.0000	0.0000
2.0	0.0000	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

2. Нечеткая модель управления

Зависимость управления u от переменных θ и $\dot{\theta}$ представим базой знаний, сформированной из 9-ти экспертных правил типа:

$$\text{Если } \theta = A_i \text{ И } \dot{\theta} = B_i, \text{ То } u = C_j, \ i = \overline{1,3}, \ j = \overline{1,5}.$$

Эти правила сведены в матрицу 3×3:

Скорость изменения угла, $\dot{\theta}$

Угол отклонения, θ		N	Z	P
	N	HN	HN	N
	Z	N	Z	P
	P	P	HP	HP

(5)

где переменные θ и $\dot{\theta}$ оцениваются с помощью трех термов:

$A_1 = B_1$ = отрицательный (N),

$A_2 = B_2$ = нулевой (Z),

$A_3 = B_3$ = положительный (P).

а переменная u оценивается с помощью пяти термов:

C_1 - большая отрицательная (HN),

C_2 - отрицательная (N),

C_3 - нулевая (Z),

C_4 - положительная (P),

C_5 - большая положительная (HP).

Для формализации нечетких термов будем использовать двухпараметрическую функцию принадлежности, предложенную в [7]:

$$\mu_t(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-h}{s}\right)^2}, \tag{6}$$

где $\mu_t(x)$ – функция принадлежности переменной x к терму t;

h – параметр функции принадлежности, соответствующей координате максимума ($\mu_t(h) = 1$);

s – параметр концентрации функции принадлежности.

Согласно [8] степени принадлежности текущего вектора входных переменных $\left(\theta^*, \dot{\theta}^*\right)$ термам большая отрицательная (HN), отрицательная (N), нулевая (Z), положительная (P), большая положительная (HP) определим следующей системой нечетких логических уравнений:

$$\mu^{HN}(\theta,\dot{\theta})=\omega_1\cdot(\mu^{N}(\theta)\wedge\mu^{N}(\dot{\theta}))\vee\omega_2\cdot(\mu^{N}(\theta)\wedge\mu^{Z}(\dot{\theta}));$$

$$\mu^{N}(\theta,\dot{\theta})=\omega_3\cdot(\mu^{N}(\theta)\wedge\mu^{P}(\dot{\theta}))\vee\omega_4\cdot(\mu^{Z}(\theta)\wedge\mu^{N}(\dot{\theta}));$$

$$\mu^{Z}(\theta,\dot{\theta})=\omega_5\cdot(\mu^{Z}(\theta)\wedge\mu^{Z}(\dot{\theta}))\ ; \tag{7}$$

$$\mu^{P}(\theta,\dot{\theta})=\omega_6\cdot(\mu^{Z}(\theta)\wedge\mu^{P}(\dot{\theta}))\vee\omega_7\cdot(\mu^{P}(\theta)\wedge\mu^{N}(\dot{\theta}));$$

$$\mu^{HP}(\theta,\dot{\theta})=\omega_8\cdot(\mu^{P}(\theta)\wedge\mu^{Z}(\dot{\theta}))\vee\omega_9\cdot(\mu^{P}(\theta)\wedge\mu^{P}(\dot{\theta})).$$

где ω_p - весовой коэффициент p-го правила ($p=\overline{1,9}$).

Система нечетких логических уравнений (7) получена из базы знаний (5) путем замены лингвистических термов функциями принадлежности и операций И и ИЛИ операциями нахождения минимума ($\wedge$) и максимума ($\vee$), соответственно.

Численное значение управляющего воздействия u^*, соответствующее входному вектору $\left(\theta^*,\dot{\theta}^*\right)$ найдем в результате дефаззификации [7]:

$$u^*=\frac{\mu^{HN}(\theta^*,\dot{\theta}^*)u_1+\mu^{N}(\theta^*,\dot{\theta}^*)u_2+\mu^{Z}(\theta^*,\dot{\theta}^*)u_3+\mu^{P}(\theta^*,\dot{\theta}^*)u_4+\mu^{HP}(\theta^*,\dot{\theta}^*)u_5}{\mu^{HN}(\theta^*,\dot{\theta}^*)+\mu^{N}(\theta^*,\dot{\theta}^*)+\mu^{Z}(\theta^*,\dot{\theta}^*)+\mu^{P}(\theta^*,\dot{\theta}^*)+\mu^{HP}(\theta^*,\dot{\theta}^*)}, \tag{8}$$

где u_1,u_2,u_3,u_4,u_5 - наиболее возможные значения переменной u, соответствующие термам большая отрицательная (HN), отрицательная (N), нулевая (Z), положительная (P) и большая положительная (HP), соответственно. В нашем случае такими значениями являются: $u_1=-9\,H$; $u_2=-4.5\,H$; $u_3=0\,H$; $u_4=4.5\,H$; $u_5=9\,H$.

В качестве обучающей выборки для настройки нечеткой базы знаний (5) будем использовать данные из табл. 1 и соотношение (4). Задача настройки нечеткой базы знаний [7,8] состоит в подборе таких параметров функций принадлежности термов A_i и B_i ($i=\overline{1,3}$) и таких весов правил ω_p ($p=\overline{1,9}$), при которых достигается минимальное расхождение между теоретическим (база знаний (5) и формула(8)) и экспериментальным (табл. 1 и формула (3)) управлениями. Для решения зпдачи настройки использовалась методика, изложенная в работах [7,8]. Полученные в результате оптимизации функции принадлежности представлены на рис. 2. Веса нечетких правил после настройки соответствуют элементам следующей матрицы:

		Скорость изменения угла, $\dot{\theta}$		
		N	Z	P
Угол отклонения, θ	N	0.6211	0.5613	0.0114
	Z	0.1648	0.0136	0.1648
	P	0.0114	0.5613	0.6121

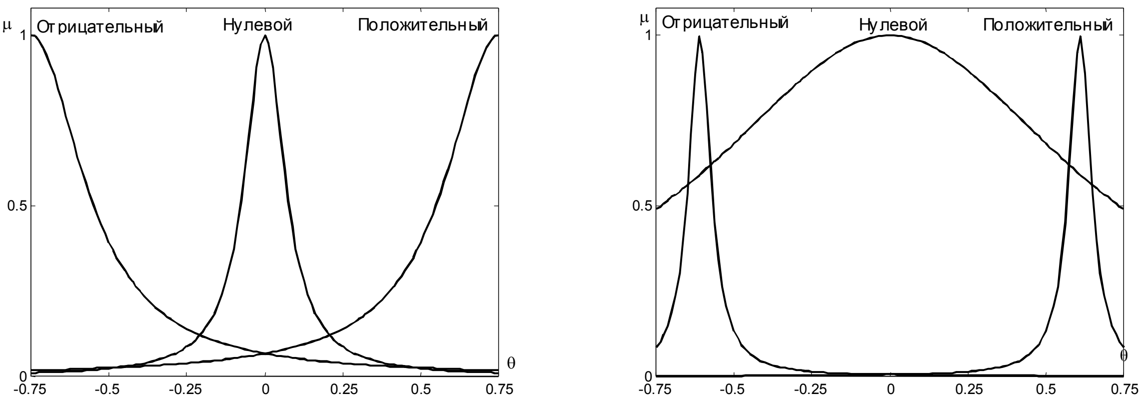

Рис.2. Функции принадлежностей нечетких термов

переменных θ и $\dot{\theta}$

4. Сравнение систем управления

Сравнение динамики изменения угла θ для классической и нечеткой моделей при различных начальных условиях $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ представлено на рис. 3. Из рисунка видно, что после настройки нечеткая система управления обеспечивает те же результаты что и традиционный ПД-регулятор. Принципиальные отличия классической и нечеткой систем управления представлены в табл. 2.

Таблица 2

Сравнение систем управления

Тип системы управления	Достоинства	Недостатки
Классическая	Если имеется модель системы, адекватно описывающая ее динамику, то можно обойтись без настройки модели	Трудно получить дифференциальные уравнения, адекватно описывающие динамику системы с учетом различных нелинейных возмущений
Нечеткая	Дифференциальные уравнения не нужны. Модель динамики системы легко записывается в виде лингвистических правил	Требуется настройка лингвистической модели

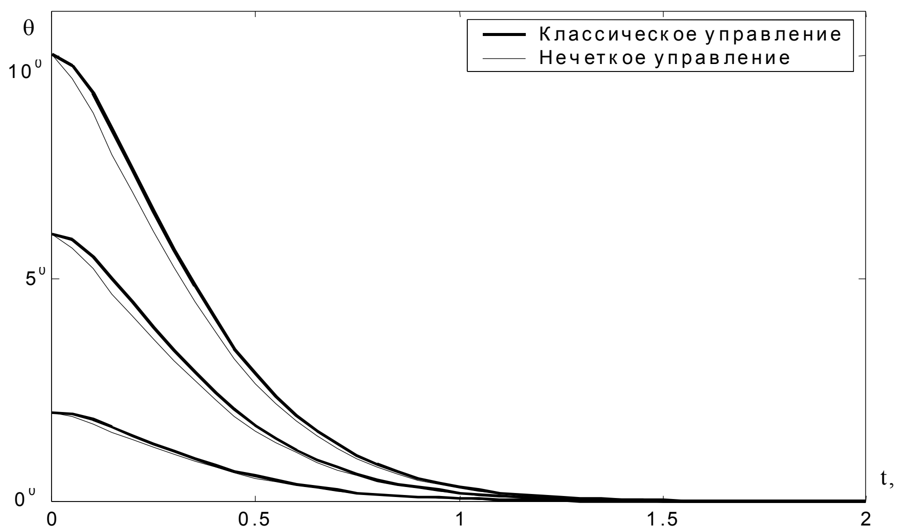

Рис. 3. Сравнение нечеткой и классической систем управления после настройки

Выводы

В работе показана возможность построения системы управления динамическим объектом на основе естественно-языковых экспертных высказываний. При этом формализация экспертных высказываний осуществляется с помощью нечеткой базы знаний, которая задает структуру системы управления. Настраивая базу знаний, т. е. находя оптимальные значения параметров функций принадлежностей и весов правил, можно управлять динамическим объектом не менее эффективно, чем с помощью классической теории управления.

Литература

1. Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Введение в теорию нелинейных колебаний.- М.: Наука.-1987.- 384с.
2. Алексаков Г.Н., Гаврилин В.В., Федоров В.А. Структурные модели динамических процессов. М.: МИФИ.- 1989.- 62с.
3. Математические основы теории автоматического регулирования, т.1, Под ред. Чемоданова Б.К.- М.: Высш. шк.- 1977.- 366с.
4. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений.- М.: Мир.- 1976.- 167с.
5. Накано Э. Введение в робототехнику.- М.: Мир.- 1988.- 334с.
6. Первозванский А.А. Курс теории автоматического управления: Учеб. пособ.- М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.- 1986.- 616с.
7. Ротштейн А.П., Катьельников Д.И. Идентификация нелинейных объектов нечеткими базами знаний // Кибернетика и системный анализ.- 1998.- №5.- С.53-61.
8. Rotshtein A. Design and Tuning of Fuzzy Rule-Based Systems for Medical Diagnosis. In Fuzzy and Neuro-Fuzzy Systems in Medicine (Ed.- N.Teodorescu). CRC Press.- 1998. pp.243-289.