Штовба С.Д. Нечіткі моделі надійності алгоритмічних структур // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2007. – №2. – С. 110–119.

УДК 681.3

НЕЧІТКІ МОДЕЛІ НАДІЙНОСТІ АЛГОРИТМІЧНИХ СТРУКТУР

С.Д. Штовба

Вступ

В теорії надійності складних систем склалися два підходи [1]:

- елементний *S*-підхід, моделі надійності якого побудовані за структурою системи та характеристиками надійності її елементів;
- функціональний *F*-підхід, моделі надійності якого побудовані за структурою функцій, які виконує система, тобто на основі алгоритму функціонування.

S-підхід відповідає класичній теорії надійності систем [2, 3], в якій за основні показники обрано ймовірність безвідмовної роботи та коефіцієнт готовності. Методи прогнозування та забезпечення *S*-надійності добре розроблені як в теоретичному, так і в практичному (інженерному) аспектах [2, 3].

Значно менше досліджено надійність за *F*-підходом, який складають теорія надійності алгоритмів [4], теорія надійності людино-машиних систем [1, 5], теорія надійності трудових та технологічних процесів [6, 7]. За *F*-підходом узагальненим показником надійності виступає ймовірність досягнення мети [1], яка для прикладних задач інтерпретується показниками безпомилковості, бездефектності, достовірності, своєчасності тощо. Основою моделювання *F*-надійності є *алгоритмічні структури* у вигляді типових комбінацій основних (робочих) та допоміжних (контрольних та доробчих) операцій. Для них розроблені моделі, за якими розраховують показники надійності структур за ймовірносно-часовими характеристики безпомилкового виконання окремих операцій алгоритму функціонування.

На етапі проектування алгоритмічних процесів зазвичай відсутні достовірні числові початкові дані про надійність операторів та логічних умов. В таких випадках в [8–10] пропонується використовувати експертні лінгвістичні оцінки характеристик надійності з подальшою їх формалізацією нечіткими числами. Під нечіткі початкові данні розроблена покрокова методика узагальнення моделей надійності алгоритмічних структур [9]. За нею з чітких моделей надійності синтезують аналітичні правила розрахунку границь α-зрізів нечітких показників надійності. В [9] наведено нечіткі моделі 6-ти алгоритмічних структур, деякі з яких вийшли громіздкими. Причому процес узагальнення є трудомістким через необхідних аналітичного розв'язання задачі пошуку екстремальних значень границь α-зрізів нечітких чисел.

1. Постановка задачі та мета статті

Вважатимемо відомими:

- початкову математичну модель надійності у вигляді аналітичної функції

$$y = f(q_1, q_2, ..., q_N) \tag{1}$$

від N незалежних аргументів

- поточні значення аргументів в вигляді нечітких чисел в α-формі:

$$\tilde{q}_i = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} \left(\underline{q}_{i_\alpha}, \overline{q}_{i_\alpha} \right), \quad i = \overline{1, N},$$

де $\underline{q}_{i_\alpha}$ та $\overline{q}_{i_\alpha}$ – нижня та верхня границя α-зрізу нечіткого числа $\tilde{q}_i$.

Потрібно розробити методику узагальнення моделей надійності алгоритмічної структур (1), за якою можна отримати компактні нечіткі моделі у вигляді правил розрахунку α-зрізів нечітких значень функції $\tilde{y} = f(\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, ..., \tilde{q}_N)$. Вимагатимемо, щоб методика узагальнення продукувала нечіткі моделі з малою обчислювальною складністю. За цією методикою узагальнимо моделі надійності послідовних, паралельних, розгалужувальних та ітеративних алгоритмічних структур з [1, 5, 7] на випадок нечітких початкових даних. Нечіткі моделі мають враховувати випадки нескінченого та обмеженого числа повторів ітеративних елементів, та з різні типи доробок – без внесення помилок та з внесенням помилок.

2. Спрощена методика нечіткого узагальнення моделей надійності

За α-рівневим принципом узагальнення [10, 11] значенням функції $\tilde{y}=f(\tilde{q}_1,\tilde{q}_2,...,\tilde{q}_N)$ буде нечітке число $\tilde{y}=\bigcup_{\alpha\in[0,1]}\left(\underline{y}_\alpha,\overline{y}_\alpha\right)$ з такими границями α-зрізів:

$$\underline{y}_\alpha=\inf_{q_i^*\in[\underline{q}_{i_\alpha},\overline{q}_{i_\alpha}],i=\overline{1,N}} f\left(q_1^*,q_2^*,...,q_N^*\right); \qquad \overline{y}_\alpha=\sup_{q_i^*\in[\underline{q}_{i_\alpha},\overline{q}_{i_\alpha}],i=\overline{1,N}} f\left(q_1^*,q_2^*,...,q_N^*\right).$$

За цим принципом в [9] розроблена методика нечіткого узагальнення моделей надійності, яка дозволяє отримати аналітичні формули границь α-зрізів нечітких показників. Методика полягає в виконанні таких кроків:

Крок 1. Представити початкову математичну модель у вигляді (1).

Крок 2. Визначити границі зміни аргументів $q_i\in\left[\underline{q}_i,\overline{q}_i\right]$, $i=\overline{1,N}$.

Крок 3. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial y}{\partial q_i}$, $i=\overline{1,N}$.

Крок 4. Позначити:

q_+ – аргументи, для яких $\dfrac{\partial y}{\partial q_+}\geq 0$ на всій області визначення;

q_- – аргументи, для яких $\dfrac{\partial y}{\partial q_-}\leq 0$ на всій області визначення;

$q_\sim$ – аргументи, для яких $\dfrac{\partial y}{\partial q_\sim}$ є знакозмінною функцією і її знак залежить лише від аргументів q_+ та q_-, тобто $sign\left(\dfrac{\partial y}{\partial q_\sim}\right)=\mathrm{g}(q_+,q_-)$.

Крок 5. Записати нечітку математичну модель $\tilde{y}=f\left(\tilde{q}_1,\tilde{q}_2,...,\tilde{q}_N\right)$ у вигляді $\tilde{y}=\bigcup_{\alpha\in[0,1]}\left(\underline{y}_\alpha,\overline{y}_\alpha\right)$, границі α-зрізів якої є такими:

$$\underline{y}_\alpha=f\left(\underline{q}_{+_\alpha},\overline{q}_{-_\alpha},q^I_{\sim_\alpha}\right); \tag{2}$$

$$\overline{y}_\alpha=f\left(\overline{q}_{+_\alpha},\underline{q}_{-_\alpha},q^{II}_{\sim_\alpha}\right); \tag{3}$$

де

$$q^I_{\sim_\alpha}=\begin{cases}\underline{q}_{\sim_\alpha}, & якщо\ \ \mathrm{g}\left(\underline{q}_{+_\alpha},\ \overline{q}_{-_\alpha}\right)\geq 0\\ \overline{q}_{\sim_\alpha}, & якщо\ \ \mathrm{g}\left(\underline{q}_{+_\alpha},\ \overline{q}_{-_\alpha}\right)<0\end{cases}; \tag{4}$$

$$q^{II}_{\sim_\alpha}=\begin{cases}\overline{q}_{\sim_\alpha}, & якщо\ \ \mathrm{g}\left(\underline{q}_{+_\alpha},\ \overline{q}_{-_\alpha}\right)\geq 0\\ \underline{q}_{\sim_\alpha}, & якщо\ \ \mathrm{g}\left(\underline{q}_{+_\alpha},\ \overline{q}_{-_\alpha}\right)<0\end{cases}. \tag{5}$$

Застосування цієї методики інколи призводить до громіздких нечітких моделей через некомпактність аналітичних виразів умов в (4)–(5). Для забезпечення компактного запису нечітких моделей пропонується модифікувати методику заміною формул (2)–(3) на такі:

$$\underline{y}_\alpha = \min_{q_{\sim\alpha} \in \{\underline{q}_{\sim\alpha}, \overline{q}_{\sim\alpha}\}} f\left(\underline{q}_{+\alpha}, \overline{q}_{-\alpha}, q_{\sim\alpha}\right); \quad (6)$$

$$\overline{y}_\alpha = \max_{q_{\sim\alpha} \in \{\underline{q}_{\sim\alpha}, \overline{q}_{\sim\alpha}\}} f\left(\overline{q}_{+\alpha}, \underline{q}_{-\alpha}, q_{\sim\alpha}\right). \quad (7)$$

За новими формулами при розрахунку границь α-зрізів нечіткого числа $\tilde{y}$ перебираємо усі можливі значення аргументів $q_\sim$. Тоді як, за (4)–(5) обираємо такі значення аргументів $q_\sim$, які при підстановці в (2)–(3) дають ліву та праву границі α-зрізів нечіткого числа $\tilde{y}$. Тому результати за (6)–(7) та (2)–(3) є еквівалентними.

Порівняємо обчислювальну складність нечітких моделей, узагальнених за новими та відомими формулами. Якщо кількість аргументів типу $q_\sim$ є великою і (1) складніша за (4)–(5), тоді обчислювальна трудомісткість розрахунків за нечіткими моделями (6)–(7) буде більшою. Якщо аргументів типу $q_\sim$ мало (як це зазвичай буває на практиці), тоді обчислювальна складність формул (6)–(7) та (2)–(3) майже однакова. Зауважимо, що узагальнювати моделі за запропонованою методикою простіше і швидше, тому що не потрібно розв'язувати системи рівнянь для отримання формул (4)–(5).

3. Нечіткі моделі надійності операторів та логічних умов

Вважатимемо, що характеристики надійності операторів та логічних умов задані нечіткими числами α-формі. Нечіткі характеристики надійності операторів та логічних умов позначимо за табл. 1. Ймовірнісні характеристики інтерпретуються таким чином:

$\tilde{P}_A^1$ – нечітка ймовірність виконання оператора A з помилкою;

$\tilde{V}_U^1$ та $\tilde{V}_R^1$ – нечіткі ймовірності виправлення помилок доробкою A та R;

$\tilde{k}_\omega^{11}$ – нечітка ймовірність відсутності помилок типу "хибна тревога" при контролі ω;

$\tilde{k}_\omega^{00}$ – нечітка ймовірність відсутності помилок типу "пропуск цілі" при контролі ω.

Таблиця 1. Нечіткі характеристики надійності операторів та логічних умов

Елемент алгоритмічного процесу	Нечіткі		
	ймовірності	тривалість	вартість
Робочий оператор A	$\tilde{P}_A^1$	$\tilde{T}_A$	$\tilde{C}_A$
Доробка без внесення помилок U	$\tilde{V}_U^1$	$\tilde{T}_V$	$\tilde{C}_V$
Доробка з внесенням помилок R	$\tilde{V}_R^1$	$\tilde{T}_R$	$\tilde{C}_R$
Оновлення Z	–	$\tilde{T}_Z$	$\tilde{C}_Z$
Контроль ω	$\tilde{k}_\omega^{11}$, $\tilde{k}_\omega^{00}$	$\tilde{T}_\omega$	$\tilde{C}_\omega$

4. Нечіткі моделі послідовних та паралельних структур

Розглядаються нечіткі моделі надійності послідовних структур "композиція" і "багатократна робота" та паралельних структур "асинхронна диз'юнкція" і "кооперативна". Для розрахунків нечітких показників надійності алгоритмічних структур запропоновані нижче формули слід застосувати для кожного α-рівня. Нечіткі моделі вартості та тривалості наводяться лише для паралельних структур. Для решти структур наводяться нечіткі моделі тривалості виконання, які з точністю до позначень співпадають з формулами розрахунку вартості. Опис алгоритмічний структур ведеться мовою алгоритмічних алгебр Глушкова [7, 12].

4.1. Структура “композиція”

Структура “композиція” $A_1 A_2$ полягає в виконанні робочих операторів A_1 та A_2 в порядку запису. За запропонованою методикою отримуємо такі формули розрахунку границь α-зрізів нечітких показників надійності цієї структури:

$$\underline{P}^1 = \underline{P}^1_{A_1}\,\underline{P}^1_{A_2}; \qquad \overline{P}^1 = \overline{P}^1_{A_1}\,\overline{P}^1_{A_2};$$

$$\underline{T} = \underline{T}_{A_1} + \underline{T}_{A_2}; \qquad \overline{T} = \overline{T}_{A_1} + \overline{T}_{A_2}.$$

4.2. Структура “багаторазова робота”

Структура “багаторазова робота” A^N полягає в виконанні робочого оператора A рівно N раз. Вона є частинним випадком структури “композиція” $A_1 A_2 \ldots A_N$, коли $A_1 = A_2 = \ldots = A_N$. За запропонованою методикою отримуємо такі формули розрахунку границь α-зрізів нечітких показників надійності цієї структури:

$$\underline{P}^1 = \underline{P}^{1\;\overline{N}}_A; \qquad \overline{P}^1 = \overline{P}^{1\;\underline{N}}_A;$$

$$\underline{T} = \underline{N}\,\underline{T}_A; \qquad \overline{T} = \overline{N}\,\overline{T}_A.$$

4.3. Структура “асинхронна диз’юнкція”

Структура “асинхронна диз’юнкція” $[A_1, A_2]$ полягає в паралельному (одночасному) виконанні різних задач операторами A_1 та A_2. За запропонованою методикою отримуємо такі формули розрахунку границь α-зрізів нечітких показників надійності цієї структури:

$$\underline{P}^1 = \underline{P}^1_{A_1}\,\underline{P}^1_{A_2}; \qquad \overline{P}^1 = \overline{P}^1_{A_1}\,\overline{P}^1_{A_2};$$

$$\underline{T} = \max\left(\underline{T}_{A_1}, \underline{T}_{A_2}\right); \qquad \overline{T} = \max\left(\overline{T}_{A_1}, \overline{T}_{A_2}\right);$$

$$\underline{C} = \underline{C}_{A_1} + \underline{C}_{A_2}; \qquad \overline{C} = \overline{C}_{A_1} + \overline{C}_{A_2}.$$

4.4. Структура “кооперативна”

Структура “кооперативна” $\langle A_1, A_2 \rangle$ полягає в паралельному (одночасному) виконанні однієї задачі операторами A_1 та A_2. За запропонованою методикою отримуємо такі формули розрахунку границь α-зрізів нечітких показників надійності цієї структури:

$$\underline{P}^1 = \underline{P}^1_{A_1} + \underline{P}^1_{A_2} - \underline{P}^1_{A_1}\,\underline{P}^1_{A_2}; \qquad \overline{P}^1 = \overline{P}^1_{A_1} + \overline{P}^1_{A_2} - \overline{P}^1_{A_1}\,\overline{P}^1_{A_2}.$$

5. Нечіткі моделі розгалужувальних структур

Узагальнюються на випадок нечітких початкових даних моделі надійності розгалужувальних структур “ω-диз’юнкція”, “робота з контролем та доробкою” та “робота з вибірковими контролем та доробкою”. Структури з контролем розглядаються з доробками двох типів – без внесення помилок (U) та з внесенням помилок (R).

5.1. Структура “ω-диз’юнкція”

Структура “ω-диз’юнкція” $\underset{\omega}{(A_1 \vee A_2)}$ полягає в виконанні робочого оператора A_1 за істинності логічної умови (ω=1) та робочого оператора A_2 в протилежному випадку, тобто коли ω=0. Ймовірність P^1_ω істинності логічної умови ω визначається зовнішніми чинниками. За запропонованою методикою отримуємо такі формули розрахунку границь α-зрізів нечітких показників надійності цієї структури:

$$\underline{P}^1 = \min\left\{\underline{P}^1_{\omega}\cdot\left(k_1\underline{P}^1_{A_1} + (1-k_1)\underline{P}^1_{A_2}\right)\right\};$$

$$\overline{P}^1 = \min\left(1,\ \max\left\{\overline{P}^1_{\omega}\cdot\left(k_1\overline{P}^1_{A_1} + (1-k_1)\overline{P}^1_{A_2}\right)\right\}\right);$$

$$\underline{T} = \min\left\{\ \underline{T}_{\omega} + \left(pk_1 + (1-p)(1-k_0)\right)\underline{T}_{A_1} + \left(p\cdot(1-k_1) + (1-p)k_0\right)\underline{T}_{A_2}\right\};$$

$$\overline{T} = \max\left\{\overline{T}_{\omega} + \left(pk_1 + (1-p)(1-k_0)\right)\overline{T}_{A_1} + \left(p\cdot(1-k_1) + (1-p)k_0\right)\overline{T}_{A_2}\right\},$$

де $k_1 \in \{\underline{k}^{11}_{\omega}, \overline{k}^{11}_{\omega}\}$; $k_0 \in \{\underline{k}^{00}_{\omega}, \overline{k}^{00}_{\omega}\}$; $p \in \{\underline{P}^1_{\omega}, \overline{P}^1_{\omega}\}$.

5.2. Структура “робота з контролем та доробкою без внесення помилок”

Структура “робота з контролем та доробкою без внесення помилок” $A(E \underset{\omega}{\vee} U)$ полягає в виконанні робочого оператора A, контролю ω та доробки U при виявленні помилок. За запропонованою методикою отримуємо такі формули розрахунку границь α-зрізів нечітких показників надійності цієї структури:

$$\underline{P}^1 = \underline{P}^1_A + \left(1-\underline{P}^1_A\right)\underline{k}^{00}_{\omega}\underline{V}^1_U;$$

$$\overline{P}^1 = \overline{P}^1_A + \left(1-\overline{P}^1_A\right)\overline{k}^{00}_{\omega}\overline{V}^1_U;$$

$$\underline{T} = \underline{T}_A + \underline{T}_{\omega} + \underline{T}_U \cdot \min\left\{p\cdot\left(1-\overline{k}^{11}_{\omega}\right) + (1-p)\underline{k}^{00}_{\omega}\right\};$$

$$\overline{T} = \overline{T}_A + \overline{T}_{\omega} + \overline{T}_U \cdot \max\left\{p\cdot\left(1-\underline{k}^{11}_{\omega}\right) + (1-p)\overline{k}^{00}_{\omega}\right\},$$

де $p \in \{\underline{P}^1_A, \overline{P}^1_A\}$.

5.3. Структура “робота з контролем та доробкою з внесенням помилок”

Структура “робота з контролем та доробкою з внесенням помилок” $A(E \underset{\omega}{\vee} R)$ полягає в виконанні робочого оператора A, контролю ω та доробки R при виявленні помилок. За запропонованою методикою отримуємо такі формули розрахунку границь α-зрізів нечітких показників надійності цієї структури:

$$\underline{P}^1 = \underline{P}^1_A\underline{k}^{11}_{\omega} + \left(\underline{P}^1_A\cdot\left(1-\underline{k}^{11}_{\omega}\right) + \left(1-\underline{P}^1_A\right)\underline{k}^{00}_{\omega}\right)\underline{V}^1_R;$$

$$\overline{P}^1 = \overline{P}^1_A\overline{k}^{11}_{\omega} + \left(\overline{P}^1_A\cdot\left(1-\overline{k}^{11}_{\omega}\right) + \left(1-\overline{P}^1_A\right)\overline{k}^{00}_{\omega}\right)\overline{V}^1_R;$$

$$\underline{T} = \underline{T}_A + \underline{T}_{\omega} + \underline{T}_R \cdot \min\left\{p\cdot\left(1-\overline{k}^{11}_{\omega}\right) + (1-p)\underline{k}^{00}_{\omega}\right\};$$

$$\overline{T} = \overline{T}_A + \overline{T}_{\omega} + \overline{T}_R \cdot \max\left\{p\cdot\left(1-\underline{k}^{11}_{\omega}\right) + (1-p)\overline{k}^{00}_{\omega}\right\},$$

де $p \in \{\underline{P}^1_A, \overline{P}^1_A\}$.

5.4. Структура “робота з вибірковим контролем та доробкою без внесення помилок”

Структура “робота з вибірковим контролем та доробкою без внесення помилок” $\underset{\psi}{A}\big(E\vee\underset{\omega}{(}E\vee U)\big)$ полягає в виконанні робочого оператора A, який з ймовірністю p_ψ потрапляє на контроль ω та при виявленні помилок на доробку U. Передбачається, що ймовірність перевірки p_ψ задана нечітким числом в α-формі. За запропонованою методикою отримуємо такі формули розрахунку границь α-зрізів нечітких показників надійності цієї структури:

$$\underline{P}^1=\underline{P}_A^1+\underline{p}_\psi\cdot\left(1-\underline{P}_A^1\right)\underline{k}_\omega^{00}\underline{V}_U^1;$$

$$\overline{P}^1=\overline{P}_A^1+\overline{p}_\psi\cdot\left(1-\overline{P}_A^1\right)\overline{k}_\omega^{00}\overline{V}_U^1;$$

$$\underline{T}=\underline{T}_A+\underline{p}_\psi\cdot\left(\underline{T}_\omega+\underline{T}_U\cdot\min\left\{p\cdot\left(1-\overline{k}_\omega^{11}\right)+\left(1-p\right)\underline{k}_\omega^{00}\right\}\right);$$

$$\overline{T}=\overline{T}_A+\overline{p}_\psi\cdot\left(\overline{T}_\omega+\overline{T}_U\cdot\max\left\{p\cdot\left(1-\underline{k}_\omega^{11}\right)+\left(1-p\right)\overline{k}_\omega^{00}\right\}\right),$$

де $\quad p\in\left\{\underline{P}_A^1,\overline{P}_A^1\right\}$.

5.5. Структура “робота з вибірковим контролем та доробкою з внесенням помилок”

Структура “робота з вибірковим контролем та доробкою з внесенням помилок” $\underset{\psi}{A}\big(E\vee\underset{\omega}{(}E\vee R)\big)$ полягає в виконанні робочого оператора A, який з ймовірністю p_ψ потрапляє на контроль ω та при виявленні помилок на доробку R.Передбачається, що ймовірність перевірки p_ψ задана нечітким числом в α-формі. За запропонованою методикою отримуємо такі формули розрахунку границь α-зрізів нечітких показників надійності цієї структури:

$$\underline{P}^1=\min\left\{(1-f)\underline{P}_A^1+f\cdot\left(\underline{P}_A^1\underline{k}_\omega^{11}+\left(\underline{P}_A^1\cdot\left(1-\underline{k}_\omega^{11}\right)+\left(1-\underline{P}_A^1\right)\underline{k}_\omega^{00}\right)\underline{V}_R^1\right)\right\};$$

$$\overline{P}^1=\max\left\{(1-f)\overline{P}_A^1+f\cdot\left(\overline{P}_A^1\overline{k}_\omega^{11}+\left(\overline{P}_A^1\cdot\left(1-\overline{k}_\omega^{11}\right)+\left(1-\overline{P}_A^1\right)\overline{k}_\omega^{00}\right)\overline{V}_R^1\right)\right\};$$

$$\underline{T}=\underline{T}_A+\overline{p}_\psi\cdot\left(\underline{T}_\omega+\underline{T}_R\cdot\min\left\{p\cdot\left(1-\overline{k}_\omega^{11}\right)+\left(1-p\right)\underline{k}_\omega^{00}\right\}\right);$$

$$\overline{T}=\overline{T}_A+\overline{p}_\psi\cdot\left(\overline{T}_\omega+\overline{T}_R\cdot\max\left\{p\cdot\left(1-\underline{k}_\omega^{11}\right)+\left(1-p\right)\overline{k}_\omega^{00}\right\}\right);$$

де $\quad f\in\left\{\underline{p}_\psi,\overline{p}_\psi\right\};\quad p\in\left\{\underline{P}_A^1,\overline{P}_A^1\right\}$.

6. Нечіткі моделі ітеративних структур

Узагальнюються на випадок нечітких початкових даних моделі надійності ітеративних структур “зворотна ω-ітерація”, “робота з циклічним контролем та доробкою без внесення помилок” та “робота з циклічним контролем та доробкою з внесенням помилок”.

6.1. Структура "зворотна ω-ітерація"

Структура "зворотна ω-ітерація" $\{ZA\}_{\omega}$ полягає в циклічному виконанні оператора оновлення Z та робочого оператора A. За запропонованою методикою отримуємо такі формули розрахунку границь α-зрізів нечітких показників надійності цієї структури:

$$\underline{P}^1 = \frac{\underline{P}_A^1 \underline{k}_{\omega}^{11}}{1-\underline{P}_A^1\cdot\left(1-\underline{k}_{\omega}^{11}\right)-\left(1-\underline{P}_A^1\right)\underline{k}_{\omega}^{11}}; \qquad \overline{P}^1 = \frac{\overline{P}_A^1 \overline{k}_{\omega}^{11}}{1-\overline{P}_A^1\cdot\left(1-\overline{k}_{\omega}^{11}\right)-\left(1-\overline{P}_A^1\right)\overline{k}_{\omega}^{11}};$$

$$\underline{T} = \frac{\underline{T}_Z+\underline{T}_A+\underline{T}_{\omega}}{1-\max\left\{p\cdot\left(1-\overline{k}_{\omega}^{11}\right)+(1-p)\underline{k}_{\omega}^{00}\right\}}; \qquad \overline{T} = \frac{\overline{T}_Z+\overline{T}_A+\overline{T}_{\omega}}{1-\min\left\{p\cdot\left(1-\underline{k}_{\omega}^{11}\right)+(1-p)\overline{k}_{\omega}^{00}\right\}},$$

де $\quad p\in\left\{\underline{P}_A^1,\overline{P}_A^1\right\}$.

6.2. Структура "робота з циклічним контролем та доробкою без внесення помилок"

Структура "робота з циклічним контролем та доробкою без внесення помилок" $A\{E\vee U\}_{\omega}$ полягає в виконанні робочого оператора A та циклічному контролю ω з доробкою U при виявленні помилок. За запропонованою методикою отримуємо такі формули розрахунку границь α-зрізів нечітких показників надійності цієї структури:

$$\underline{P}^1 = \underline{P}_A^1 + \frac{\left(1-\underline{P}_A^1\right)\underline{k}_{\omega}^{00}\underline{V}_U^1}{1-\underline{k}_{\omega}^{00}+\underline{k}_{\omega}^{00}\underline{V}_U^1};$$

$$\overline{P}^1 = \overline{P}_A^1 + \frac{\left(1-\overline{P}_A^1\right)\overline{k}_{\omega}^{00}\overline{V}_U^1}{1-\overline{k}_{\omega}^{00}+\overline{k}_{\omega}^{00}\overline{V}_U^1};$$

$$\underline{T} = \underline{T}_A + \min\left\{\frac{\underline{T}_{\omega}+\underline{T}_U\cdot\left(p\cdot\left(1-\overline{k}_{\omega}^{11}\right)+(1-p)\underline{k}_{\omega}^{00}\right)}{1-p\cdot\left(1-\overline{k}_{\omega}^{11}\right)-(1-p)\underline{k}_{\omega}^{00}}\right\};$$

$$\underline{T} = \underline{T}_A + \max\left\{\frac{\underline{T}_{\omega}+\underline{T}_U\cdot\left(p\cdot\left(1-\underline{k}_{\omega}^{11}\right)+(1-p)\overline{k}_{\omega}^{00}\right)}{1-p\cdot\left(1-\underline{k}_{\omega}^{11}\right)-(1-p)\overline{k}_{\omega}^{00}}\right\},$$

де $\quad p\in\left\{\underline{P}_A^1,\overline{P}_A^1\right\}$.

6.3. Структура "робота з циклічним контролем та доробкою з внесенням помилок"

Структура "робота з циклічним контролем та доробкою з внесенням помилок" $A\{E\vee R\}_{\omega}$ полягає в виконанні робочого оператора A та циклічному контролю ω з доробкою R при виявленні помилок. За запропонованою методикою отримуємо такі формули розрахунку границь α-зрізів нечітких показників надійності цієї структури:

$$\underline{P}^1 = \frac{\left(\underline{P}_A^1-\underline{P}_A^1\underline{k}_{\omega}^{00}+\underline{k}_{\omega}^{00}\underline{V}_R^1\right)\underline{k}_{\omega}^{11}}{\underline{k}_{\omega}^{11}\underline{V}_R^1+\left(1-\underline{k}_{\omega}^{00}\right)\left(1-\underline{V}_R^1\right)};$$

$$\overline{P}^1=\frac{\left(\overline{P}_A^1-\overline{P}_A^1\overline{k}_\omega^{00}+\overline{k}_\omega^{00}\overline{V}_R^1\right)\overline{k}_\omega^{11}}{\overline{k}_\omega^{11}\overline{V}_R^1+\left(1-\overline{k}_\omega^{00}\right)\left(1-\overline{V}_R^1\right)};$$

$$\underline{T}=\underline{T}_A+\underline{T}_\omega+\frac{\left(\underline{T}_\omega+\underline{T}_R\right)\left(\underline{P}_A^1\cdot\left(1-\overline{k}_\omega^{11}\right)+\left(1-\underline{P}_A^1\right)\underline{k}_\omega^{00}\right)}{\max\left\{\overline{k}_\omega^{11}v+\left(1-\underline{k}_\omega^{00}\right)\left(1-v\right)\right\}};$$

$$\overline{T}=\overline{T}_A+\overline{T}_\omega+\frac{\left(\overline{T}_\omega+\overline{T}_R\right)\left(\overline{P}_A^1\cdot\left(1-\underline{k}_\omega^{11}\right)+\left(1-\overline{P}_A^1\right)\overline{k}_\omega^{00}\right)}{\min\left\{\underline{k}_\omega^{11}v+\left(1-\overline{k}_\omega^{00}\right)\left(1-v\right)\right\}},$$

де $v\in\left\{\underline{V}_R^1,\overline{V}_R^1\right\}$.

7. Нечіткі моделі алгоритмічних структур з пам'яттю

Пропонуються нечіткі моделі надійності ітеративних алгоритмічних структур з обмеженнями на кількість повторів. В склад алгоритмічних структур входить операція контролю. Якщо на останній перевірці контролем виявлені помилки, тоді алгоритмічний процес переривається. При моделюванні надійності таких структур використовуватимемо додатковий показник: I –ймовірність переривання алгоритмічного процесу.

7.1. Структура "робота–контроль–переривання"

Структура "робота–контроль–переривання" $\underset{\omega}{A(E\vee J)}$ полягає в виконанні робочого оператора A з контролем ω. Якщо контролем виявлено помилку, тоді АП переривається. Стан переривання фіксується оператором J. За запропонованою методикою отримуємо такі формули розрахунку границь α-зрізів нечітких показників надійності цієї структури:

$$\underline{P}^1=\underline{P}_A^1\underline{k}_\omega^{11};\qquad \overline{P}^1=\overline{P}_A^1\overline{k}_\omega^{11};$$

$$\underline{I}=\min\left(p\cdot\left(1-\overline{k}_\omega^{11}\right)+\left(1-p\right)\underline{k}_\omega^{00}\right);\qquad \overline{I}=\max\left(p\cdot\left(1-\underline{k}_\omega^{11}\right)+\left(1-p\right)\overline{k}_\omega^{00}\right);$$

$$\underline{T}=\underline{T}_A+\underline{T}_\omega;\qquad \overline{T}=\overline{T}_A+\overline{T}_\omega,$$

де $p\in\left\{\underline{P}_A^1,\overline{P}_A^1\right\}$.

7.2. Структура "зворотна ω-ітерація з пам'яттю"

Структура "зворотна ω-ітерація з пам'яттю" $\left\{\underset{\pi(M)}{(}\;J\vee(ZA)\right)\}_{\omega}$ полягає в циклічному виконанні оператора оновлення Z та робочого оператора A. Цикл припиняється якщо контролем ω не знайдено помилок виконання останнього оператора A. Максимальна кількість ітерацій обмежена числом $M\in\{1,2,3,\ldots\}$. Кількість ітерацій перевіряється умовою π. При $M=1$ ця структура еквівалентна попередній. За запропонованою методикою отримуємо такі формули розрахунку границь α-зрізів нечітких показників надійності цієї структури:

$$\underline{P}^1=\underline{P}_A^1\underline{k}_\omega^{11}\frac{1-\left(\underline{P}_A^1\cdot\left(1-\underline{k}_\omega^{11}\right)+\left(1-\underline{P}_A^1\right)\underline{k}_\omega^{00}\right)^M}{1-\underline{P}_A^1\cdot\left(1-\underline{k}_\omega^{11}\right)-\left(1-\underline{P}_A^1\right)\underline{k}_\omega^{00}};$$

$$\overline{P}^1=\overline{P}^1_A\overline{k}^{11}_\omega\frac{1-\left(\overline{P}^1_A\cdot\left(1-\overline{k}^{11}_\omega\right)+\left(1-\overline{P}^1_A\right)\overline{k}^{00}_\omega\right)^M}{1-\overline{P}^1_A\cdot\left(1-\overline{k}^{11}_\omega\right)-\left(1-\overline{P}^1_A\right)\overline{k}^{00}_\omega};$$

$$\underline{I}=\left(\min\left\{p\cdot\left(1-\overline{k}^{11}_\omega\right)+\left(1-p\right)\underline{k}^{00}_\omega\right\}\right)^M;$$

$$\overline{I}=\left(\max\left\{p\cdot\left(1-\underline{k}^{11}_\omega\right)+\left(1-p\right)\overline{k}^{00}_\omega\right\}\right)^M;$$

$$\underline{T}=\left(\underline{T}_Z+\underline{T}_A+\underline{T}_\omega\right)\cdot\min\left\{\frac{1-\left(p\cdot\left(1-\overline{k}^{11}_\omega\right)+(1-p)\underline{k}^{00}_\omega\right)^M}{1-p\cdot\left(1-\overline{k}^{11}_\omega\right)-(1-p)\underline{k}^{00}_\omega}\right\};$$

$$\overline{T}=\left(\overline{T}_Z+\overline{T}_A+\overline{T}_\omega\right)\cdot\max\left\{\frac{1-\left(p\cdot\left(1-\underline{k}^{11}_\omega\right)+(1-p)\overline{k}^{00}_\omega\right)^M}{1-p\cdot\left(1-\underline{k}^{11}_\omega\right)-(1-p)\overline{k}^{00}_\omega}\right\},$$

де $p\in\left\{\underline{P}^1_A,\overline{P}^1_A\right\}$.

7.3. Структура “робота з обмеженою кількістю контролів та доробок з внесенням помилок”

Структура “робота з обмеженою кількістю контролів та доробкою з внесенням помилок” $A\underset{\pi(M)}{\left(\right.}\underset{\omega}{J}\vee\{E\vee R\}\left.\right)$ полягає в виконанні робочого оператора A та циклічному контролю ω з доробкою R при виявленні помилок. При цьому кількість повторів контролю не може перевищити $M\in\{2,3,4,\ldots\}$, що перевіряється умовою π. При $M=1$ ця структура еквівалентна структурі “робота–контроль–перивання”. За запропонованою методикою отримуємо такі формули розрахунку границь α-зрізів нечітких показників надійності структури $A\underset{\pi(M)}{\left(\right.}\underset{\omega}{J}\vee\{E\vee R\}\left.\right)$:

$$\underline{P}^1=\underline{k}^{11}_\omega\cdot\left(\underline{P}^1_A+\underline{a}_p\underline{c}_p\underline{V}^1_R\right);\qquad \overline{P}^1=\overline{k}^{11}_\omega\cdot\left(\overline{P}^1_A+\overline{a}_p\overline{c}_p\overline{V}^1_R\right);$$

$$\underline{T}=\underline{T}_A+\underline{T}_\omega+\underline{a}_T\cdot(\underline{T}_R+\underline{T}_\omega)\frac{1-\underline{b}_T{}^{M-1}}{1-\underline{b}_T};\qquad \overline{T}=\overline{T}_A+\overline{T}_\omega+\overline{a}_T\cdot(\overline{T}_R+\overline{T}_\omega)\frac{1-\overline{b}_T{}^{M-1}}{1-\overline{b}_T};$$

$$\underline{I}=\underline{a}_I\cdot\underline{b}_T{}^{M-1};\qquad \overline{I}=\overline{a}_I\cdot\overline{b}_T{}^{M-1},$$

де $\underline{a}_p=\underline{P}^1_A\cdot\left(1-\underline{k}^{11}_\omega\right)+\left(1-\underline{P}^1_A\right)\underline{k}^{00}_\omega$; $\quad\overline{a}_p=\overline{P}^1_A\cdot\left(1-\overline{k}^{11}_\omega\right)+\left(1-\overline{P}^1_A\right)\overline{k}^{00}_\omega$;

$$\underline{c}_p=\frac{1-\underline{b}_p{}^{M-1}}{\underline{b}_p};\qquad \overline{c}_p=\frac{1-\overline{b}_p{}^{M-1}}{\overline{b}_p};$$

$$\underline{b}_p=\underline{V}^1_R\cdot\left(1-\underline{k}^{11}_\omega\right)+\left(1-\underline{V}^1_R\right)\underline{k}^{00}_\omega;\qquad \overline{b}_p=\overline{V}^1_R\cdot\left(1-\overline{k}^{11}_\omega\right)+\left(1-\overline{V}^1_R\right)\overline{k}^{00}_\omega;$$

$$\underline{b}_I = \min\left(v \cdot \left(1 - \overline{k}_\omega^{11}\right) + (1 - v)\underline{k}_\omega^{00} \right); \qquad \overline{b}_I = \max\left(v \cdot \left(1 - \underline{k}_\omega^{11}\right) + (1 - v)\overline{k}_\omega^{00} \right);$$

$$p \in \{\underline{P}_A^1, \overline{P}_A^1\}; \qquad v \in \{\underline{V}_R^1, \overline{V}_R^1\};$$

$$\underline{a}_T = \underline{P}_A^1 \cdot \left(1 - \overline{k}_\omega^{11}\right) + \left(1 - \underline{P}_A^1\right)\underline{k}_\omega^{00}; \qquad \overline{a}_T = \overline{P}_A^1 \cdot \left(1 - \underline{k}_\omega^{11}\right) + \left(1 - \overline{P}_A^1\right)\overline{k}_\omega^{00};$$

$$\underline{a}_I = \min\left(p \cdot \left(1 - \overline{k}_\omega^{11}\right) + (1 - p)\underline{k}_\omega^{00} \right); \qquad \overline{a}_I = \max\left(p \cdot \left(1 - \underline{k}_\omega^{11}\right) + (1 - p)\overline{k}_\omega^{00} \right).$$

Висновки

Модифіковано методику нечіткого узагальнення моделей надійності алгоритмів заміною аналітичного розв’язання відповідної задачі оптимізації на комбіноване аналітично-переборне знаходження екстремуму. Це спростило процес нечіткого узагальнення моделей надійності алгоритмів. Крім того, отримані за новою методикою нечіткі моделі є компактніше. Доведено еквівалентність результатів на виході нечітких моделей, які отримані за обома методиками узагальнення. Встановлено, що обчислювальна складність нечітких моделей, узагальнених за новою та відомою методиками, практично однакові.

За запропонованою методикою узагальнення розроблено комплекс нечітких моделей безпомилковості, тривалості та вартості. Нечіткі моделі розроблено для таких 15 типових алгоритмічних структур: “композиція”; “багатократна робота”; “асинхронна диз’юнкція”; “кооперативна”; “ω-диз’юнкція”, “робота з контролем та доробкою без внесення помилок”; “робота з контролем та доробкою з внесенням помилок”; “робота з вибірковими контролем та доробкою без внесення помилок”; “робота з вибірковими контролем та доробкою з внесенням помилок”; “зворотна ω-ітерація”, “робота з циклічним контролем та доробкою без внесення помилок”; “робота з циклічним контролем та доробкою з внесенням помилок”; “робота–контроль–переривання”; “зворотна ω-ітерація з пам’яттю”; “робота з обмеженою кількістю контролів та доробок з внесенням помилок”. Для 10 алгоритмічних структур нечіткі моделі надійності отримано вперше. Для структур “робота з контролем та доробкою з внесенням помилок”, “робота з вибірковим контролем та доробкою з внесенням помилок” та “зворотна ω-ітерація” отримано компактніші нечіткі моделі. Для структур “композиція” та “багатократна робота” отримані нечіткі моделі співпали з раніше розробленими. Таке збігання результатів підтверджує достовірність запропонованого спрощення методики нечіткого узагальнення. Також вперше розроблені нечіткі моделі переривання трьох алгоритмічних структур з пам’яттю на кількість контролів.

Література

1. Губинский А.И. Надежность и качество функционирования эргатических систем. – Л.: Наука, 1982. –270с.
2. Козлов Б.А., Ушаков И.А. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики. М.: Сов. радио, 1975. – 472 с.
3. Надежность технических систем. Справочник / Беляев Ю.К., Богатырев В.А., Болотин В.В. и др. Под ред. Ушакова И.А. М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.
4. Сафонов И.В. Надежностное проектирование структурно-алгоритмических систем. –К.: КДНТП, 1975.– 37с.
5. Гвоздик М.И., Евграфов В.Г., Цой Е.Б. Оптимизация организационно-технических систем ВМФ. Методы. Алгоритмы. Программы. – Л.: ВВМУРЭ. – 1997. – 223 с.
6. Дружинин Г.В. Надежность автоматизированных производственных систем. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 480 с.
7. Ротштейн А.П., Кузнецов П.Д. Проектирование бездефектных человеко-машинных технологий. – К.: Техніка, 1992. – 180 с.
8. Rotshtein A. Fuzzy Reliability Analysis of Man–Machine Systems. In "Reliability and Safety Analysis under Fuzziness. Studies in Fuzzines", Vol. 4, Phisica–Verlag, A Springer –Verlag Company, 1994. – P. 245–270.
9. Ротштейн А.П., Штовба С.Д. Нечеткая надежность алгоритмических процессов.– Винница: Континент – ПРИМ, 1997.– 142 с.
10. Ротштейн А.П., Штовба С.Д. Прогнозирование надежности алгоритмических процессов при нечетких исходных данных // Кибернетика и системный анализ. – 1998. – №4. – С. 85–93.
11. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А. Поспелова. – М.: Наука. – 1986. – 312 с.
12. Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.Л. Алгебра. Языки. Программирование. – К.: Наукова думка. – 1978. – 320 с.

Штовба Сергій Дмитрович, к.т.н., доцент,
доцент кафедри комп'ютерних систем управління,
Вінницький національний технічний університет,
Хмельницьке шосе, 95, Вінниця, 21021
shtovba@ksu.vstu.vinnica.ua www.vinnitsa.com/shtovba
Тел.: (0432)-598430, 598222.

Нечіткі моделі надійності алгоритмічних структур

С.Д. Штовба

Анотація. Розроблено комплекс нечітких моделей безпомилковості, тривалості та вартості послідовних, паралельних, розгалужувальних та ітеративних алгоритмічних структур. Також розроблено нечіткі моделі переривання алгоритмічних структур з пам'яттю на кількість циклів. Моделі отримані узагальненням чітких аналогів на випадок нечітких початкових даних.

Ключові слова: алгоритмічна структура, надійність, безпомилковість, нечіткі числа, принцип узагальнення.

Нечеткие модели надежности алгоритмических структур

С.Д.Штовба

Аннотация. Разработан комплекс нечетких моделей безошибочности, продолжительности и стоимости последовательных, параллельных, ветвящихся и итеративных алгоритмических структур. Также разработаны нечеткие модели прерывания алгоритмических структур с памятью на количество циклов. Модели получены обобщением четких аналогов на случай нечетких исходных данных.

Ключевые слова: алгоритмическая структура, надежность, безошибочность, нечеткие числа, принцип обобщения.

Fuzzy Reliability Models of Algorithmic Structures

Serhiy Shtovba

Abstract. The complex of fuzzy models for correctness, timing and costing of algorithmic structures is proposed. The complex includes the fuzzy models for sequential, parallel, branching, and iterating algorithmic structures. The fuzzy models for interruption of algorithmic structures with iteration memory are also proposed. The models are created by application of the fuzzy extension principle for the crisp ones.

Keywords: algorithmic structures, reliability, correctness, fuzzy numbers, fuzzy extension principle.