

УДК 659.11

О.В. ШТОВБА, С.Д. ШТОВБА
Вінницький національний технічний університет

ЖАДІБНИЙ АЛГОРИТМ ВИБОРУ МІСЦЬ РОЗМІЩЕННЯ ЗОВНІШНЬОЇ РЕКЛАМИ ЗА КРИТЕРІЯМ ВИТРАТ ТА КІЛЬКОСТІ КОНТАКТІВ

Досліджено задачу оптимізації розміщення зовнішньої реклами за критеріями витрат та кількістю контактів з цільовою аудиторією. Оптимізацію розміщення реклами зведено до нелінійної задачі про рюкзак. Тестові приклади показали, що прийняті розв'язки цієї задачі оптимізації можна отримати за простим жадібним алгоритмом, який запропоновано в статті..

The optimization the placing of outdoor advertises with criteria of cost and of target audience contacts is considered. Advertise placing optimization is reduced to a nonlinear knapsack problem. Test examples show that simple greedy algorithm, which is proposed in the article, provides satisfactory solutions of the optimization tasks.

Ключові слова: зовнішня реклама, розміщення реклами, оптимізація, задача про рюкзак.

Вступ

Ефект від зовнішньої реклами та її ціна залежать від багатьох факторів, серед яких і місце її розміщення. В зв'язку з цим виникає задача вибору таких місць розміщення зовнішньої реклами, які б забезпечили бажані рівні витрат та ефекту.

Ефект від рекламування найчастіше пов'язують із додатковим прибутком від рекламування, кількістю нових клієнтів або нових угод, інтенсивністю реагувань на рекламу тощо [1–4]. Достовірне визначення цих показників можливе лише за результатами рекламування, тоді як потрібно спрогнозувати ефект ще до початку проведення кампанії. Крім того, означені показники залежать не тільки від місця розташування реклами, але і від її якості. Тому в нашій задачі для оцінювання ефекту потрібно обрати такий показник, щоб, по-перше, він залежав лише від місця розміщення реклами, та, по-друге, його значення можна спрогнозувати зазделегіть. Таким показником пропонується обрати кількість контактів рекламного повідомлення з цільовою аудиторією.

Витрати на зовнішню рекламу обумовлені її тиражуванням та розміщенням. Витрати на тиражування залежать від кількості примірників, тобто зі збільшенням рекламного тиражу вартість одного екземпляра може зменшуватися. Витрати на розміщення залежать як від місця розташування рекламного носія, так і від тривалості його використання.

Оптимізацію розміщення реклами зазвичай зводять до задачі лінійного програмування [1, 4]. Але в цьому випадку не враховується нелінійна залежність витрат на зовнішню рекламу від її обсягів через можливість оптових знижок від власників рекламних носіїв. Тому, метою статті є розробка методу оптимізації розміщення зовнішньої реклами з урахуванням нелінійних зв'язків між її обсягом та ціною. Ідея методу полягає в формалізації розміщення зовнішньої реклами нелінійною задачею про рюкзак [5] та її вирішення на основі жадібних алгоритмів. Аналогія між задачами наступна: рюкзаку відповідає пакет розміщення реклами, предметам – носії зовнішньої реклами, об'єму рюкзака – рекламний бюджет і корисності рюкзака – сумарне число рекламних контактів.

Постановка задачі

Позначимо вектор керованих змінних через $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, де x_i вказує на кількість часових інтервалів, протягом яких реклама присутня на i -му носії, $i = \overline{1, n}$, n – кількість доступних рекламних носіїв. У випадку розміщення реклами на біг-бордах 1 часовий інтервал як правило дорівнює 2 тижням. Нульове значення змінної x_i вказує на те, що реклама не розміщуватиметься на i -му носії.

Математично задачу оптимізації поставимо в двох таких постановках: знайти вектор \mathbf{X} , щоб:

$$\begin{cases} C(\mathbf{X}) \rightarrow \min \\ K(\mathbf{X}) \geq K^* \end{cases}, \quad (1)$$

або

$$\begin{cases} K(\mathbf{X}) \rightarrow \max \\ C(\mathbf{X}) \leq C^* \end{cases}, \quad (2)$$

де $C(\mathbf{X})$ – витрати на виготовлення і розміщення реклами для варіанта \mathbf{X} ;

$K(\mathbf{X})$ – кількість рекламних контактів для варіанта \mathbf{X} ;
 K^* – мінімальна допустима кількість рекламних контактів;
 C^* – допустимий рекламний бюджет.

Цільові функції

Загальну кількість рекламних контактів розрахуємо так: $K(\mathbf{X}) = \sum_{i=1, n} k_i x_i$, де k_i – кількість

рекламних контактів з цільовою аудиторією для i -го носія за 1 часовий інтервал, $i = \overline{1, n}$. Оцінити кількість рекламних контактів можна, наприклад, за методикою з [6], врахувавши інтенсивності пішохідних і автомобільних потоків та видимість реклами протягом доби.

Загальні витрати на рекламу становлять:

$$C(\mathbf{X}) = \sum_{i=1, n} c_i x_i + \sum_{\substack{i=1, n \\ \forall x_i > 0}} b_i + \sum_{\substack{i=1, n \\ \forall x_i > 0}} a_i, \quad (3)$$

де c_i – вартість оренди i -го носія за 1 часовий інтервал, $i = \overline{1, n}$;

b_i – вартість монтажу реклами на i -му носії, $i = \overline{1, n}$;

a_i – вартість виготовлення примірника рекламного повідомлення для i -го носія, $i = \overline{1, n}$.

Якщо реклама розміщується на однотипних носіях, наприклад, на біг-бордах одного розміру, тоді остання складова в (3) відповідає вартості тиражування:

$$\sum_{\substack{i=1, n \\ \forall x_i > 0}} a_i = N \cdot a,$$

де N – загальна кількість примірників та a – вартість одного екземпляра, яка може залежати від N .

При розрахунках витрат (3) слід врахувати, що вартість оренди можна зменшити, якщо використати «критичне число» носіїв одного власника. Для врахування таких оптових знижок введемо спеціальні функції про залежність орендної плати c_i ($i = \overline{1, n}$) від варіанту розміщення реклами \mathbf{X} . Для спрощення розрахунків пронумеруємо рекламні носії так, щоб 1-му власнику належали рекламні носії з номерами від S_1 до F_1 , 2-му власнику – рекламні носії з номерами від S_2 до F_2 тощо, і останньому M -му власнику – носії з номерами від S_M до F_M . Приклад такої нумерації для трьох власників наведено на рис. 1. Зауважимо, що $S_1 = 1$; $F_M = n$; $S_{r+1} = F_r + 1$, $r = \overline{1, M-1}$. Тоді першу складову в (3), тобто сумарні витрати на оренду рекламних носіїв,

розрахуємо таким чином: $\sum_{j=1, M} \left(d_j \cdot \sum_{i=S_j, F_j} c_i x_i \right)$, де $d_j \leq 1$ – коефіцієнт оптової знижки j -го власника.

Наприклад, j -ий власник надає знижку у 10%, якщо клієнт замовив рекламних носіїв на 10 часових інтервалів,

тоді коефіцієнт оптової знижки дорівнює $d_j = \begin{cases} 1, & \text{якщо } t_j < 10 \\ 0.9, & \text{якщо } t_j \geq 10 \end{cases}$, де $t_j = \sum_{i=S_j, F_j} x_i$.

Власник №1				Власник №2		Власник №3					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$S_1 = 1 \quad F_1 = 4$				$S_2 = 5 \quad F_2 = 6$		$S_3 = 7 \quad F_3 = 12$					

Номер рекламного носія

Рис. 1. Приклад нумерації рекламних носіїв

Жадібний алгоритми вирішення задачі

Для задачі з рис. 1 з можливістю оренди кожного із 12-ти носіїв на 0, 2, 4 або 6 тижнів існує $4^{12} = 16777216$ варіантів розміщення реклами. Відповідно, обчислювальна складність алгоритму повного перебору для цієї задачі є експоненційною зі стіною складності на рівні 17 носіїв, для яких кількість варіантів розміщення реклами перевищує 10 млрд.

Для вирішення задачі застосуємо ідеї жадібного алгоритму – одного із найпростіших наближених методів вирішення задачі про рюкзак [5] з квадратичною обчислювальною складністю. На початку алгоритма усі носії вважаються вільними. Далі ітераційно збільшуємо на 1 тривалість розміщення реклами на одному носії з найбільшою ефективністю. Ефективність носія визначимо як відношення приросту числа рекламних контактів до приросту витрат. Через нелінійність витрат (3) ефективність будемо розраховувати на кожній ітерації.

Для задачі (1) цикл алгоритма переривається, коли поточний розв'язок виконує обмеження по кількості рекламних контактів. Далі робимо відкат на 1 крок, тобто повертаємося до попереднього розв'язку i , перебравши усі допустимі варіанти збільшення однієї керованої змінної на 1 знаходимо оптимум за постановкою (1). Для задачі (2) цикл алгоритма переривається, коли за поточного розв'язку перевищується допустима вартість рекламування. Далі робимо відкат на 1 крок i , серед поточного розв'язку та усіх допустимих варіантів збільшення однієї керованої змінної на 1 знаходимо оптимум за постановкою (2).

Тестування алгоритму

Розглянемо задачу розміщення реклами на 12-ти однотипних носіях (табл. 1), що належать трьом власникам згідно з рис. 1. Коефіцієнти оптової знижки на орендну плату є такими:

$$d_1 = \begin{cases} 1, & \text{якщо } t_1 < 3 \\ 0.95, & \text{якщо } t_1 \in [3, 5) \\ 0.9, & \text{якщо } t_1 \in [5, 8) ; \\ 0.85, & \text{якщо } t_1 \in [8, 10) \\ 0.8, & \text{якщо } t_1 \geq 10 \end{cases} ; \quad d_2 = \begin{cases} 1, & \text{якщо } t_2 < 4 \\ 0.8, & \text{якщо } t_2 \in [4, 5) ; \\ 0.7, & \text{якщо } t_2 \geq 6 \end{cases}$$

$$d_3 = \begin{cases} 1, & \text{якщо } t_3 < 2 \\ 1 - 0.01(t_3 - 1), & \text{якщо } t_3 \in [2, 18) . \\ 0.83, & \text{якщо } t_3 \geq 18 \end{cases}$$

Ціна монтажу реклами на кожному із носіїв становить $b_i = 100$, грн ($i = \overline{1, 12}$). Витрати на виготовлення одного примірника рекламного оголошення становлять $a = 200$, грн. Коефіцієнт оптової знижки

на тиражування є таким: $d_N = \begin{cases} 1, & \text{якщо } N < 5 \\ 0.95, & \text{якщо } N \in [5, 10) \\ 0.9, & \text{якщо } N \in [10, 20) \\ 0.87, & \text{якщо } N \geq 20 \end{cases}$

Таблиця 1

Вартість оренди та кількість рекламних контактів за 1 часовий інтервал

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
c_i , грн.	700	1300	1400	1450	1250	1500	800	900	1000	1300	1700	1900
k_i , тис.	10	25	45	50	40	60	20	25	30	50	60	90

Результати вирішення тестової задачі за різних постановок (табл. 2) показують, що у деяких випадках за повним перебором знайдено трохи кращі розв'язки, ніж за жадібним алгоритмом. Але враховуючи низку достовірності початкових даних про кількість рекламних контактів, якість вирішення задачі жадібним алгоритмом вважатимемо прийнятною. Щодо тривалості оптимізації, то час розв'язання цієї задачі жадібним

алгоритмом в тисячі разів менше, ніж за повного перебору.

На рис. 2 порівнюються динаміка оптимізації за запропонованим алгоритмом та за типовим жадібним алгоритмом, що не враховує оптові знижки на рекламування. За типового алгоритму вартість оренди для кожного рекламного носія вважається сталою. За таких умов знаходиться оптимальний розв'язок, і вже для нього ціна рекламування перераховується з урахуванням оптових знижок. З рис. 2 видно, що за малих замовлень розв'язки за обома алгоритмами є однаковими. Зі збільшенням обсягів рекламування врахування оптових знижок під час оптимізації дозволяє знайти кращі розв'язки, вартість яких менша приблизно на 10%.

Таблиця 2

Розв'язки тестових задач

Задача	Алгоритм	Розв'язок X_{opt}	$C(X_{opt})$, грн	$K(X_{opt})$, тис
$\begin{cases} C(\mathbf{X}) \rightarrow \min \\ K(\mathbf{X}) \geq 250 \end{cases}$	повний перебір	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3	5886	270
	жадібний	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3	5886	270
$\begin{cases} C(\mathbf{X}) \rightarrow \min \\ K(\mathbf{X}) \geq 500 \end{cases}$	повний перебір	0 0 0 0 3 3 1 0 0 0 0 2	11483	500
	жадібний	0 0 0 0 2 3 0 0 0 0 0 3	12086	530
$\begin{cases} C(\mathbf{X}) \rightarrow \min \\ K(\mathbf{X}) \geq 1000 \end{cases}$	повний перебір	0 0 0 0 3 3 2 0 2 3 3 3	23909	1000
	жадібний	0 0 0 2 3 3 0 0 0 3 3 3	23939	1000
$\begin{cases} K(\mathbf{X}) \rightarrow \max \\ C(\mathbf{X}) \leq 10000 \end{cases}$	повний перебір	0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 0 3	9720	420
	жадібний	0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 3	9186	390
$\begin{cases} K(\mathbf{X}) \rightarrow \max \\ C(\mathbf{X}) \leq 20000 \end{cases}$	повний перебір	0 0 0 0 3 3 0 0 0 2 3 3	19687	850
	жадібний	0 0 0 0 3 3 0 0 0 3 2 3	19315	840
$\begin{cases} K(\mathbf{X}) \rightarrow \max \\ C(\mathbf{X}) \leq 30000 \end{cases}$	повний перебір	0 0 0 3 3 3 0 3 3 3 3 3	29772	1215
	жадібний	1 0 1 3 3 3 0 0 3 3 3 3	29943	1195

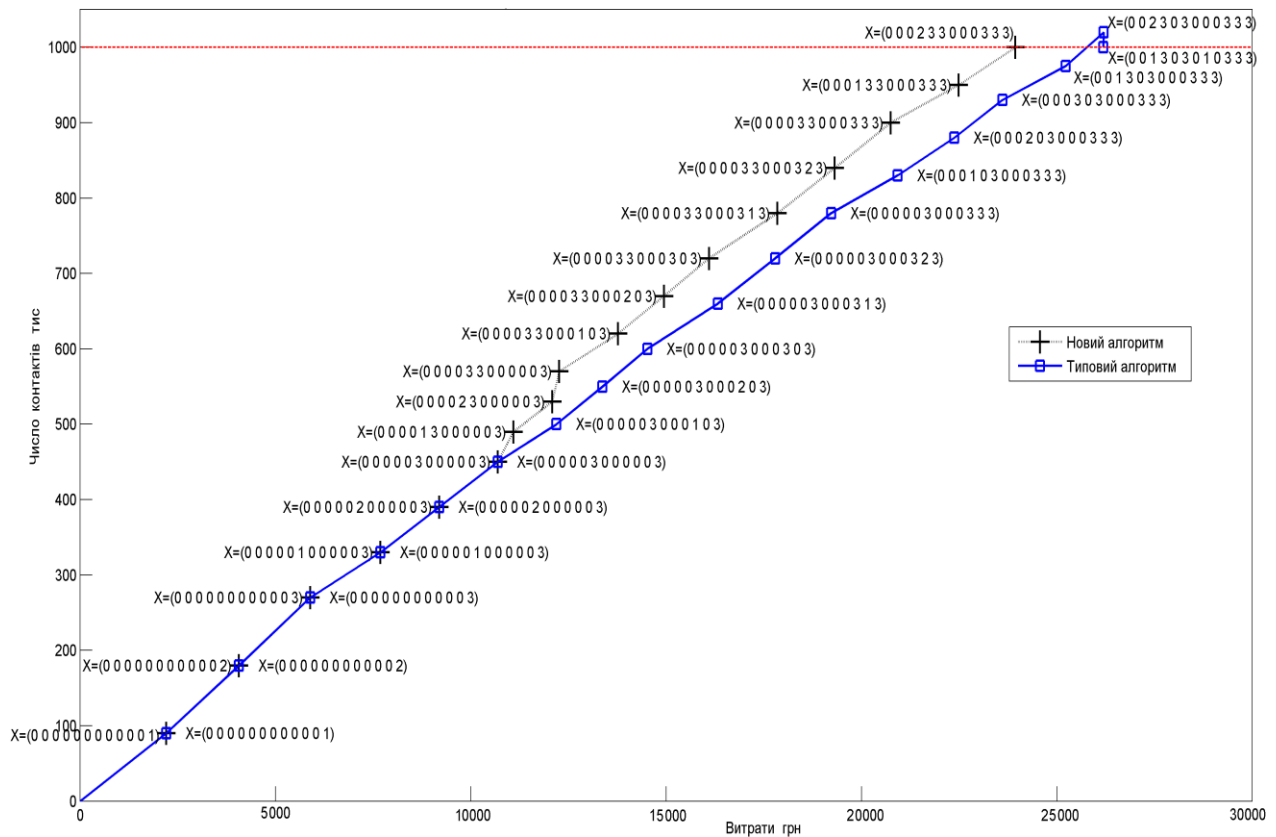


Рис. 2. Динаміка вирішення задачі (1) за умови $K^*=1000$

Висновки та подальші дослідження

Розроблено простий жадібний алгоритм вибору місць розміщення зовнішньої реклами за критеріями витрат та кількістю контактів з цільовою аудиторією. Новизною алгоритму є врахування нелінійних залежностей між обсягом рекламування та витратами. Встановлено, що врахування в алгоритмі оптимізації оптових знижок на розміщення реклами, дозволяє значно покращити розв'язок. Тестові приклади показали, що отримані за жадібним алгоритмом розв'язки є близькими до оптимальних, знайдених повним перебором варіантів. Різниця між якістю розв'язків є несуттєвою – 0–3%, і значно меншою за похибку початкових даних з кількості рекламних контактів, яка досягає 20–30%. Встановлено, що запропонований алгоритм придатний для розв'язання практичних задач будь-якої розмірності, тоді як повний перебір можна застосувати лише для задач розміщення реклами на 10 – 20 вакантних носіїв.

Подальші дослідження варто спрямувати на розширення запропонованих ідей для вирішення задач розміщення реклами з точнішими початковими даними щодо контактів цільової аудиторії, наприклад, для задач розміщення банерної реклами на сайтах та контекстної інтернет-реклами. Для цих задач доцільним є спільне використання запропонованого методу з генетичними алгоритмами оптимізації розміщення зовнішньої реклами зі статті [7].

Література

1. Федоров Д.С. Оптимизация структуры рекламного бюджета фирмы / Д.С. Федоров // Маркетинг в России и за рубежом. – 2001. – №4. – С. 45–49.
2. Матанцев А.Н. Эффективность рекламы / А.Н. Матанцев. – М.: Финпресс, 2002. – 416 с.
3. Бородин И. Математика – муза рекламы / И. Бородин // Экономический вестник Ростовского государственного университета. – 2003. – №3. – С. 98–101.
4. Овчаренко О.И. Оптимизация затрат на проведение рекламной кампании предприятия / О.И. Овчаренко, А.И. Богданенко // Вестник Таганрогского института управления и экономики. – 2010. – № 1. – С. 70–71.
5. Martello S. Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations / Silvano Martello, Paolo Toth. – John Wiley & Sons, 1990. – 296 p.
6. Дэвис Д. Исследования в рекламной деятельности: теория и практика / Джоэл Джей Дэвис. – М.: Вильямс, 2003. – 864 с.
7. Штовба С.Д. Генетична оптимізація розміщення зовнішньої реклами торгових марок / Штовба С.Д., Штовба О.В., Яковенко А.А. // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2011. – №2. – С. 134–138.