Ротштейн А.П., Штовба С.Д. Идентификация нелинейной зависимости нечеткой базой знаний с нечеткой обучающей выборкой // Кибернетика и системный анализ. – 2006. – №2. – С. 17–24.

УДК 658.012

А.П.Ротштейн, С.Д.Штовба

ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАВИСИМОСТИ НЕЧЕТКОЙ БАЗОЙ ЗНАНИЙ С НЕЧЕТКОЙ ОБУЧАЮЩЕЙ ВЫБОРКОЙ

Ключевые слова: идентификация, нечеткий вывод, нечеткая база знаний, нечеткая обучающая выборка.
Keywords: identification, fuzzy inference, fuzzy knowledge base, fuzzy training set.

1. Введение

Идентификация нелинейных зависимостей, т.е. построение их моделей по результатам наблюдений является важной задачей в технике, экономике, медицине и в других областях [1]. В работах [2-5] предложен метод двухэтапной идентификации нелинейных зависимостей с помощью нечетких баз знаний. На первом этапе выполняется структурная идентификация. Она представляет собой формирование нечеткой базы знаний, которая грубо отражает нелинейную взаимосвязь «входы – выход» на основе лингвистических правил «Если - То». Эти правила генерируются экспертом, либо получаются в результате экстракции нечетких знаний из экспериментальных данных [6]. На втором этапе происходит параметрическая идентификация исследуемой зависимости путем нахождения таких весов лингвистических правил и таких функций принадлежности нечетких термов, которые минимизируют отклонение результатов моделирования от экспериментальных данных из обучающей выборки.

Особенностью метода [2-5] является использование так называемой четкой (crisp) обучающей выборки, состоящей из совокупности количественных пар «входы – выход». В современных пакетах нечеткого моделирования [7] логический вывод также осуществляется только при четких значениях входных переменных. Однако, во многих прикладных задачах идентификации доступные для настройки модели экспериментальные данные содержат нечисловые (лингвистические) оценки входных переменных. Например,

в задачах медицинской диагностики: «Если боль – *кинжальная острая*, и локализация боли – *верхняя часть брюшной полости*, и кожные покровы – *бледные*, и слизистая – *бледная*, и нарушение сознания – *легкое*, и анамнез – *язвенная болезнь*, то диагноз – *прободная язва;*

в задаче диагностирования трещин зданий: «Если тип конструкции – *глухая стена*, и вид трещины – *косая*, и длина трещина – *8 метров*, и ширина трещины – *10 мм*, и отмостка – *некачественная*, то причина появления трещины – *неравномерная осадка стен*";

в задаче финансового прогнозирования: «Если инфляционные ожидания – *высокие*, и политическая ситуация - *нестабильная*, и состояние экономики - *кризисное*, то курс национальной валюты – *снизится на 50%».*

Цель этой статьи состоит в обобщении метода [2-5] на случай нечеткой обучающей выборки, в которой значения входов оцениваются лингвистическими термами. Предполагается, что одинаковые лингвистические термы, входящих в базу знаний и в обучающую выборку, задаются одними и теми же нечеткими множествами. При этом функции принадлежностей этих нечетких множеств настраиваются одновременно путем решения соответствующей задачи оптимизации.

2. Нечеткая база знаний

Будем рассматривать объект типа $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ с n входами и одним выходом. Нелинейную связь «входы-выход» опишем следующей нечеткой базой знаний формата [2]:

$$
\begin{aligned}
&\textit{ЕСЛИ} && \left[\left(x_1 = a_1^{j1}\right) \text{ И } \left(x_2 = a_2^{j1}\right) \text{ И} \ldots \text{И } \left(x_n = a_n^{j1}\right)\right] \text{ (с весом } w_{j1}\text{)}, \\
&\textit{ИЛИ} && \left[\left(x_1 = a_1^{j2}\right) \text{ И } \left(x_2 = a_2^{j2}\right) \text{ И} \ldots \text{И } \left(x_n = a_n^{j2}\right)\right] \text{ (с весом } w_{j2}\text{)} \\
&\ldots && \\
&\textit{ИЛИ} && \left[\left(x_1 = a_1^{jk_j}\right) \text{ И } \left(x_2 = a_2^{jk_j}\right) \text{ И} \ldots \text{И } \left(x_n = a_n^{jk_j}\right)\right] \text{ (с весом } w_{jk_j}\text{)}, \\
&\textit{ТО} && y = d_j, \qquad \text{для всех } j = \overline{1,m},
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где a_i^{jp} - нечеткий терм, которым оценивается входная переменная x_i в правиле с номером jp, $j = \overline{1,m}$, $p = \overline{1,k_j}$;

d_j - нечеткий терм, используемый для лингвистической оценки выходной переменной y на интервале $[\underline{y}, \overline{y}]$, $j = \overline{1,m}$;

k_j - количество правил, в которых выход y оценивается термом d_j, $j = \overline{1,m}$;

m - количество нечеткий значений выходной переменной y;

$w_{jp} \in [0, 1]$ - весовой коэффициент правила с номером jp, характеризующий субъективную меру уверенности эксперта в его истинности.

Обозначим через $\mu^{jp}(x_i)$ функцию принадлежности входа $x_i \in [\underline{x}_i, \overline{x}_i]$ нечеткому терму a_i^{jp}, т. е. $a_i^{jp} = \int\limits_{[\underline{x}_i, \overline{x}_i]} \mu^{jp}(x_i)/x_i$, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,m}$, $p = \overline{1,k_j}$. Как и в предыдущих работах [2-5] будем использовать колокообразную функцию принадлежности:

$$\mu^T(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-b}{c}\right)^2}, \tag{2}$$

где b и c – координата максимума и коэффициент концентрации функции принадлежности нечеткого множества T.

3. Нечеткая модель

Согласно [2], степени принадлежности выхода y к термам $d_1, d_2, ..., d_m$ при текущих входных значениях $X^* = (x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)$ определяются следующим образом:

$$\mu^{d_j}(X^*) = \underset{p=\overline{1,k_j}}{\vee}\left(w_{jp} \cdot \underset{i=\overline{1,n}}{\wedge} \mu^{jp}(x_i^*)\right), \ j = \overline{1,m}, \tag{3}$$

где $\mu^{jp}(x_i^*)$ - степень принадлежности текущего значения i-го входа $x_i^* \in [\underline{x}_i, \overline{x}_i]$ к терму a_i^{jp}, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,m}$, $p = \overline{1,k_j}$.

Соотношение (3) определено из базы знаний (1) путем замены термов на функции принадлежности и логических операций И ($\bigcap$) и ИЛИ ($\bigcup$) на операции минимума ($\wedge$) и максимума ($\vee$). Подставляя в (3) вектор $X^* = (x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)$ значений входных переменных, получаем следующее нечеткое множество выходной переменной:

$$\tilde{y}^* = \left(\frac{\mu^{d_1}(X^*)}{d_1}, \frac{\mu^{d_2}(X^*)}{d_2}, ..., \frac{\mu^{d_m}(X^*)}{d_m}\right), \tag{4}$$

которое задано на носителе $\{d_1, d_2, ..., d_m\}$. Для перехода к нечеткому множеству на носителе $[\underline{y}, \overline{y}]$ необходимо «срезать» функции принадлежности термов d_j ($j = \overline{1,m}$) по уровню $\mu^{d_j}(X^*)$ и объединить (агрегировать) полученные нечеткие множества. Согласно [8] это выглядит так:

$$\tilde{y}^* = \underset{j=\overline{1,m}}{agg}\left(\int\limits_{[\underline{y}, \overline{y}]} \min\left(\mu^{d_j}(X^*), \ \mu^{d_j}(y)\right) / y\right), \tag{5}$$

где agg - операция агрегирования нечетких множеств, реализуемая операцией максимума;

$\mu^{d_j}(y)$ - функция принадлежности терма d_j, $j=\overline{1,m}$, т.е. $d_j = \int\limits_{[\underline{y},\overline{y}]} \mu^{d_j}(y)/y$.

Иллюстрацией формулы (5) служит рис. 1, где агрегируются 3 нечетких множества.

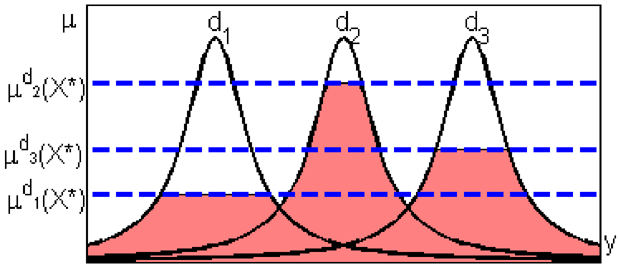


Рис. 1. К формуле (5)

Четкое значение выхода y, соответствующее входному вектору $X^* = (x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)$, определяется с помощью операции дефаззификации (defuzzification) [8]. Нами используется дефаззификация по методу центра тяжести [8], т.к. она обеспечивает наилучшие показатели точности и скорости настройки нечеткой модели [9].

4. Нечеткая обучающая выборка

Нечеткую обучающую выборку определим как M пар экспериментальных (или экспертных) данных:

$$(X^r, y^r),\ r=\overline{1,M} \tag{6}$$

где $X^r = (x_1^r, x_2^r, ..., x_n^r)$ - входной вектор в r-ой паре, y^r - соответствующий выход.

В обучающей выборке (6) значения входных переменных могут задаваться не только числами, но и термами “низкий”, “средний”, “высокий” и т.п. Эти термы формализуются нечеткими множествами с помощью функции принадлежности (2). Будем считать, что в обучающей выборке нечеткие значения входных переменных выбираются из тех же терм-множеств, что и в базе знаний (1). Следовательно, координатами входного вектора в r-ой паре выборки могут быть либо четкие числа $x_i^r \in [\underline{x_i}, \overline{x_i}]$, либо нечеткие термы $x_i^r \in \{a_i^{jp}\}$, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,m}$, $p=\overline{1,k_j}$, $r=\overline{1,M}$.

Степени принадлежности входов к термам из базы знаний (1) рассчитывается по-разному для четких и нечетких значений. В четком случае степень принадлежности рассчитывается подстановкой текущего значения переменной в формулу (2). При нечетких исходных данных необходимо определить степень принадлежности одного нечеткого множества (значения входной переменной $\tilde{x}_i^*$) к другому нечеткому множеству (терму a_i^{jp} из базы знаний (1)). Согласно [8], степень принадлежности равна высоте пересечения этих нечетких множеств:

$$\mu^{jp}(\tilde{x}_i^*) = h\left(a_i^{jp} \cap \tilde{x}_i^*\right) = \sup_{x_i \in [\underline{x}_i, \overline{x}_i]} \min\left(\mu^{jp}(x_i),\ \mu^{\tilde{x}_i^*}(x_i)\right). \tag{7}$$

Рис. 2 иллюстрирует нахождение степени принадлежности нечеткого множества $\tilde{A}$ нечеткому множеству $\tilde{B}$ по формуле (7).

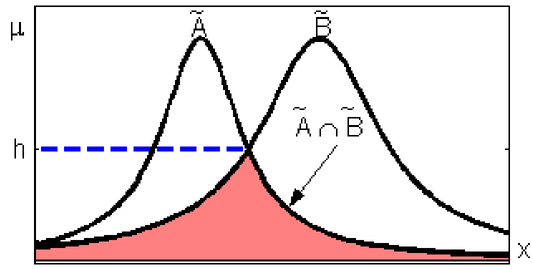


Рис. 2. К формуле (7)

Логический вывод при нечетких значениях входов осуществляется по формуле:

$$\mu^{d_j}(X^*) = \bigvee_{p=\overline{1,k_j}} \left(w_{jp} \cdot \bigwedge_{i=\overline{1,n}} \sup_{x_i \in [\underline{x}_i, \overline{x}_i]} \min\left(\mu^{jp}(x_i),\ \mu^{\tilde{x}_i^*}(x_i)\right)\right),\ j = \overline{1,m}, \tag{8}$$

которая обобщает формулу (3) на случай нечетких входов.

5. Настройка нечеткой модели

Настройка нечеткой модели заключается в нахождении таких ее параметров, которые минимизируют отклонения между желаемым и действительным поведением модели. При этом предполагается, что желаемое поведение модели задано нечеткой обучающей выборкой.

Зададим нечеткую модель объекта $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ формулой вида:

$$y = F(X, B, C, W),$$

где $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$ - входной вектор;

$B = (b_1, b_2, ..., b_q)$ и $C = (c_1, c_2, ..., c_q)$ - векторы параметров функций принадлежности (2) нечетких термов из базы знаний (1);

$W = (w_1, w_2, ..., w_N)$ - вектор весовых коэффициентов нечетких правил в (1);

N – общее количество правил-строчек в (1);

q – общее количество термов;

F – оператор связи «входы – выход», соответствующий соотношениям (2)-(5) и (8).

Следуя работам [2-5] настройку нечеткой модели сформулируем в виде такой задачи оптимизации: найти вектор (B, C, W), чтобы:

$$R = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{r=\overline{1,M}} \left[y^r - F(X^r, B, C, W)\right]^2} \to \min. \tag{9}$$

Предполагается, что параметры функций принадлежности должны подбираться таким образом, чтобы сохранялась линейная упорядоченность рассматриваемых термов.

6. Компьютерный эксперимент

Рассматривается объект с двумя входами $x_1, x_2 \in [0, 10]$ и одним выходом y, заданный зависимостью:

$$y = (x_1 - 7)^2 \cdot \sin(0.61 \cdot x_2 - 5.4). \qquad (10)$$

Задача ставилась следующим образом. Необходимо по графику этой эталонной зависимости (рис. 3) синтезировать нечеткую модель и настроить ее по нечеткой обучающей выборке. Адекватность нечеткой модели необходимо проверить по критерию (9) на четкой тестовой выборке из 1000 случайно сгенерированных пар “входы-выход”. Сравнить результаты идентификации по четкой и нечеткой обучающим выборкам. Выборки данных приведены в [10].

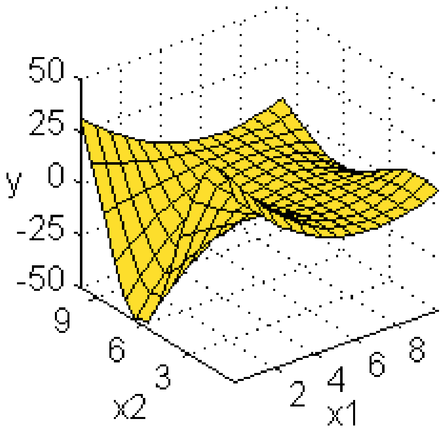
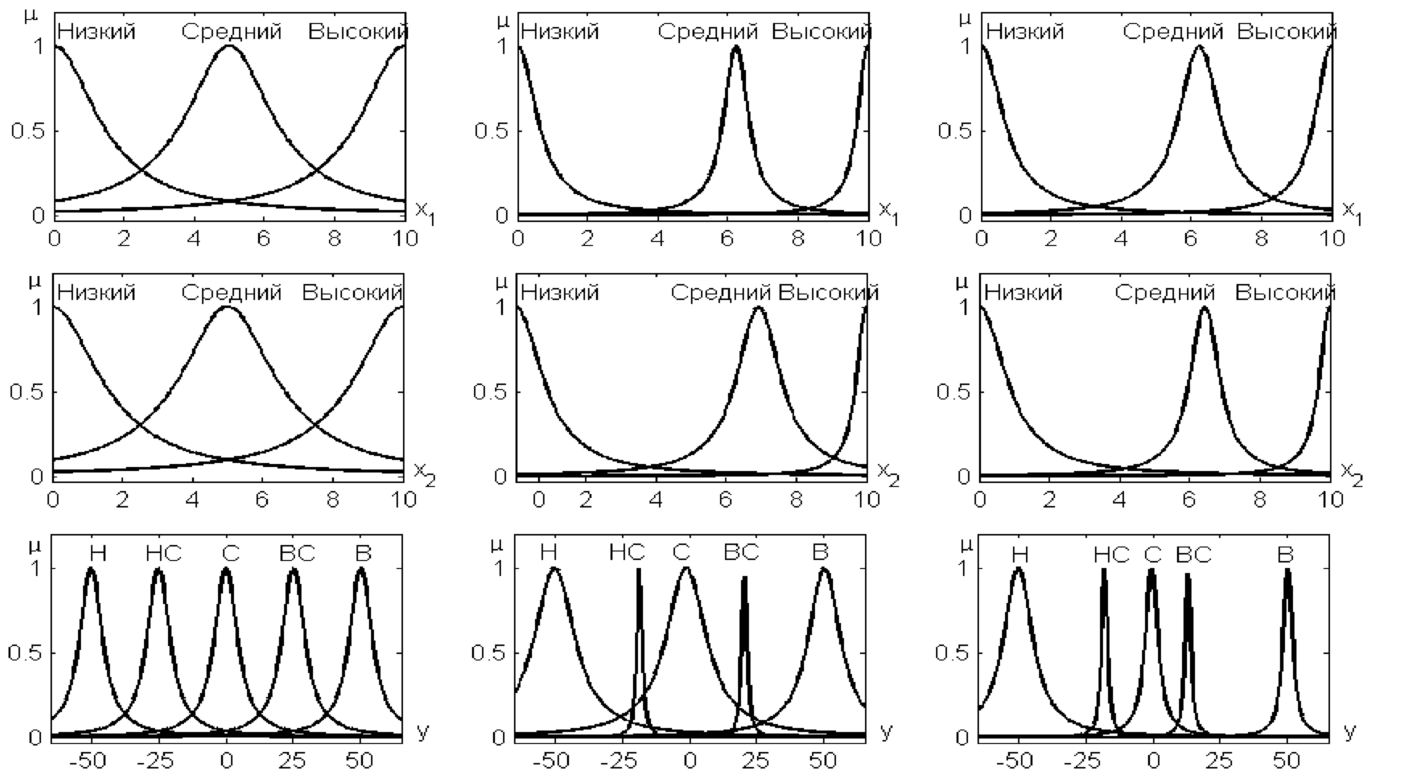


Рис. 3. Эталонная зависимость (10)

Нечеткая база знаний была сгенерирована экспертом визуально на основе рис. 3. Она состоит из семи правил, которые сведены в табл. 1. Для лингвистической оценки входных переменных используется термы Низкий, Средний и Высокий. Выходная переменная оценивается термами Низкий (Н), Ниже Среднего (НС), Средний (С), Выше Среднего (ВС) и Высокий (В). Исходные функции принадлежности этих термов показаны на рис. 4а. До настройки нечеткая модель отражает лишь основные особенности идентифицируемой зависимости. При этом значение критерия (9) на тестовой выборке составляет 10.3. (рис. 5а). В качестве примера на рис. 4б и рис. 4в показаны функции принадлежности, настроенные по нечеткой и четкой обучающим выборкам из 80 точек. Весовые коэффициенты (W) правил этих нечетких моделей приведены в табл. 1. Тестирование нечетких моделей (рис. 5б и 5в) свидетельствует о приемлемом качестве идентификации нелинейной зависимости (10).

Таблица 1 – Нечеткая база знаний

x_1	x_2	y	W (до настройки)	W (после настройки по нечеткой выборке)	W (после настройки по четкой выборке)
Низкий	Низкий	Высокий	1	1	1
Низкий	Средний	Низкий	1	1	1
Низкий	Высокий	Высокий	1	1	1
Средний	-	Средний	1	1	1
Высокий	Низкий	Выше среднего	1	1	0.773
Высокий	Средний	Ниже среднего	1	0.884	0.586
Высокий	Высокий	Выше среднего	1	0.5	0.959

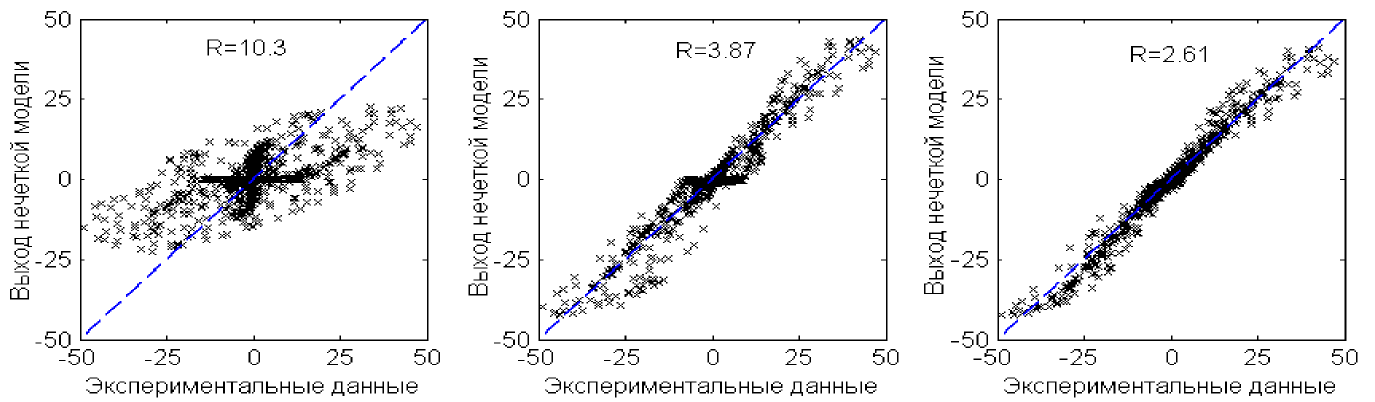


а) до настройки

б) после настройки по нечеткой выборке

в) после настройки по четкой выборке

Рис. 4. Функции принадлежности



а) до настройки

б) после настройки по нечеткой выборке

в) после настройки по четкой выборке

Рис. 5. Тестирование нечетких моделей

Для исследования процесса настройки нечеткой модели использовались обучающие выборки из 10, 20, …, 100 пар «входы-выход». Вначале были сгенерированы четкие выборки, в которых значения входов выбирались случайно, а выход рассчитывался по формуле (10). В нечетких выборках одна переменная задавалась числом, а другая оценивалась лингвистическим термом. Фрагмент нечеткой выборки приведен в табл. 2. Нечеткие выборки получены из четких по следующим правилам:

Если $x_1^* \le -5.1$, то $x_1 =$"низкий",

иначе если $x_1^* \ge 1.1$, то $x_1 =$"высокий",

иначе если $x_1^* \in [-3.2 - 0.8]$, то $x_1 =$"средний",

иначе $x_1 = x_1^*$,

Если $x_2^* \le -3.2$, то $x_2 =$"низкий",

иначе если $x_1^* \ge 0.5$, то $x_2 =$"высокий",

иначе если $x_1^* \in [-2.1 - 0.5]$, то $x_2 =$"средний",

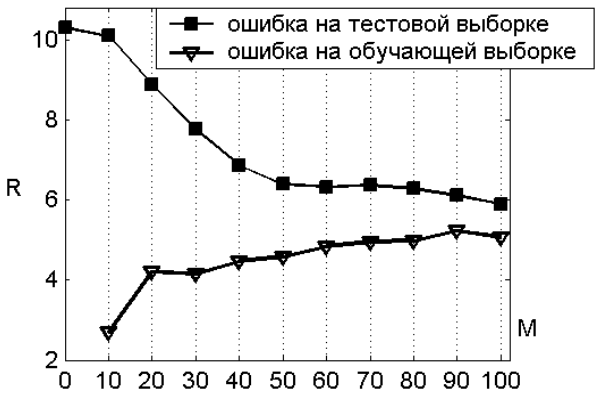
иначе $x_2 = x_2^*$,

где x_1^* и x_2^* значения переменных x_1 и x_2 в четкой выборке.

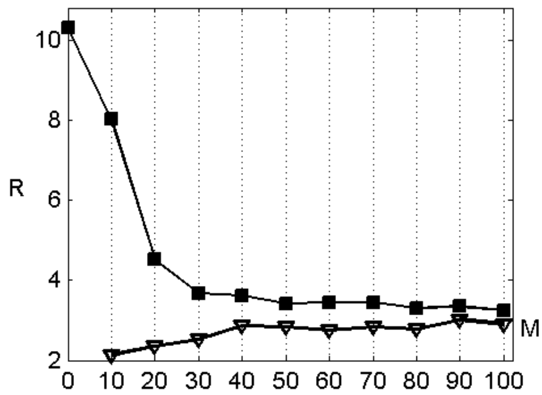
Таблица 2 – Фрагмент нечеткой обучающей выборки

x_1	x_2	y
Низкий	1.58	26.46
-1.62	Высокий	-0.95
0.79	Высокий	0.37
Средний	-1.06	-2.73
1.54	Высокий	0.38
-1.59	Высокий	-0.69
Низкий	-3.17	41.36
0.66	Высокий	-0.21
Низкий	-3.76	34.9
-0.93	Низкий	0.71
-4.81	Средний	-21.1

На рис. 6 показаны кривые обучения нечетких моделей. Они отражают зависимости ошибок идентификации (9) на обучающей и тестовой выборке от объема (M) самой обучающей выборки. Настройка проводилась квазиньютоновским методом Бройдена-Флетчера-Голфарбда-Шэнно [11] на протяжении 15 итераций. Каждая точка кривых обучения рассчитывалась как среднее значение результатов экспериментов для 10 разных обучающих выборок. С увеличением объема нечеткой обучающей выборки уменьшается невязка на тестовой выборке, а также уменьшается разница между невязками на обучающей и тестовой выборке. Эти же явления имеют место и при настройке по четкой обучающей выборке.



а) при нечеткой обучающей выборке



б) при четкой обучающей выборке

Рис. 6. Кривые обучения

6. Выводы

В статье рассмотрен способ настройки нечетких баз знаний с помощью нечеткой обучающей выборки. Этот способ развивает ранее предложенный метода нечеткой идентификации нелинейных зависимостей. Проведенные компьютерные эксперименты показывают, что нечеткость в экспериментальных данных не является препятствием для идентификации. Если нечеткая выборка в 3-4 раза больше чем четкая, тогда результаты настройки нечеткой модели по этим выборкам практически совпадают.

Благодаря возможности использования нечеткой обучающей выборки, предложенный способ может найти применение в медицине, экономике, социологии, политологии и других областях, где экспериментальные данные для идентификации изучаемой зависимости «входы – выход» формируются на основе экспертных суждений.

Литература

1. Цыпкин Я.З. *Основы информационной теории идентификации*. - М.: Наука.- 1984. - 320 с.
2. Rotshtein A. Desig and Tuning of Fuzzy Rule-Based System for Medical Diagnosis. In *Fuzzy and Neuro-Fuzzy Systems in Medicine* (Teodorescu N.H. (ed.)). CRC-Press.-1998.- pp.243-289.
3. Ротштейн А.П., Кательников Д.И. Идентификация нелинейных зависимостей нечеткими базами знаний // *Кибернетика и системный анализ*. — 1998. — №5. — С. 53-61.
4. Ротштейн А.П., Лойко Е.Е., Кательников Д.И. Прогнозирование количества заболеваний на основе экспертно-лингвистической информации // *Кибернетика и системный анализ*. — 1999. — №2. — С. 178-185.

5. Ротштейн А.П. *Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети*. — Винница: УНіВЕРСУМ-Вінниця, 1999. — 320 с.
6. Ротштейн А.П., Митюшкин Ю.И. Извлечение нечетких правил из экспериментальных данных с помощью генетических алгоритмов // *Кибернетика и системный анализ*. — 2001. — №3. – С. 45-53.
7. Леоненков А. *Нечеткое моделирование в среде MATLAB и FuzzyTech*. СПб: BHV.- 2003. – 736с.
8. Zimmermann H.J. *Fuzzy Set Theory and Its Applications*. Kluwer Academic Publishers, 3rd ed. – 1996. – 435pp.
9. Ротштейн А.П., Штовба С.Д. Влияние методов дефаззификации на скорость настройки нечеткой модели // *Кибернетика и системный анализ*.- 2002.-№5.- С.169-176.
10. www.ksu.vstu.vinnica.ua/shtovba/benchmark
11. *Optimization Toolbox. User's Guide*, Version 2. The MathWorks, Inc., 2000.